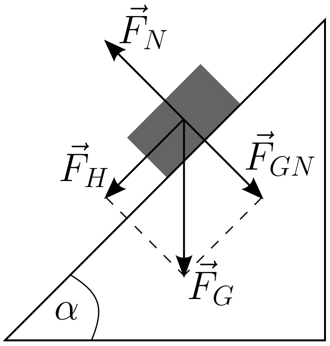
Prof. Dr. G. Münster, S. Kuberski WS 2017/18

Übungen zur *Mathematik für das Lehramt Physik an Haupt-, Real- und Gesamtschulen*

Blatt 5 Abgabe bis Montag, den 20.11.2017, 10:15 Uhr

1. *Schiefe Ebene* **12 P**

Ein Holzklotz der Masse $m = 3\,\text{kg}$ liegt auf einer schiefen Ebene mit dem Winkel $\alpha = 15°$. Die auf ihn wirkende Gewichtskraft $\vec{F}_G$ lässt sich in zwei Anteile aufteilen: Die zur Ebene senkrechte Normalkomponente der Gewichtskraft $\vec{F}_{GN}$ und die parallel zur Ebene wirkende Hangabtriebskraft $\vec{F}_H$.



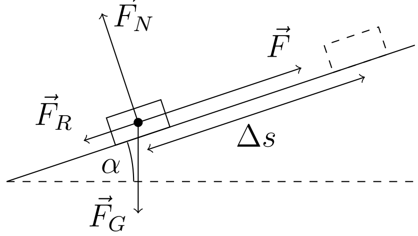
(a) Berechnen Sie F_G, F_{GN} und F_H **6 P**

(b) Bei dem gegebenen Winkel von 15° rutscht der Block nicht, sondern bleibt wegen der Reibungskraft $\vec{F}_R$, welche $\vec{F}_H$ entgegengesetzt ist, in Ruhe. Der Block fängt erst an zu rutschen, wenn der Betrag der Hangabtriebskraft größer ist als die maximale Reibungskraft $F_{R_{\text{max}}} = \mu_H F_N$ ist. Berechnen Sie wie groß α sein muss, damit der Block rutscht. Verwenden Sie dafür den Haftreibungskoeffizienten $\mu_H = 0{,}58$. **6 P**

2. *Arbeit* **12 P**

Die an einem Objekt geleistete Arbeit W ist das Skalar-Produkt aus der Kraft $\vec{F}$, die auf es wirkt, und dem Weg $\Delta\vec{s}$, den es zurücklegt:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s}.$$



Ein Klotz der Masse $m = 2\,\text{kg}$ wird auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungs-Winkel $\alpha = 25°$ eine Strecke $\Delta s = 5\,\text{m}$ aufwärts gezogen. Dabei greifen vier Kräfte an ihm an (siehe Skizze):

die Kraft $F = 20\,\text{N}$, mit der er nach oben gezogen wird, seine Gewichts-Kraft F_{G}, die Normal-Kraft F_{N}, die der Untergrund auf ihn ausübt und die senkrecht zur Oberfläche wirkt, und eine Reibungs-Kraft $F_{\text{R}} = 10\,\text{N}$, die der Bewegungs-Richtung entgegen wirkt.

Berechnen Sie im Folgenden die Arbeiten, die von jeder einzelnen dieser vier Kräfte am Klotz geleistet werden. Welche Arbeit W_{ges} wird insgesamt von allen vier Kräften geleistet? Achten Sie dabei auf das Vorzeichen. Welche Bedeutung hat das Vorzeichen, das man für $W_{\text{ges}} = \vec{F}_{\text{ges}} \cdot \Delta\vec{s}$ erhält?

3. *Skalar- und Vektorprodukt* **14 P**

(a) Wir betrachten den Vektor **8 P**

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

(i) Verwenden Sie das Skalarprodukt, um einen Vektor $\vec{v}$ zu finden, der orthogonal zu $\vec{u}$ ist.
Hinweis: Sie können zwei Komponenten frei wählen.

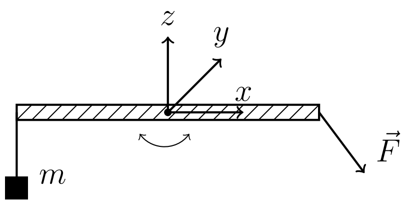
(ii) Nutzen Sie das Vektorprodukt, um einen Vektor $\vec{w}$ zu finden, welcher orthogonal zu $\vec{u}$ und $\vec{v}$ ist.

(b) Nutzen Sie das Spatprodukt, um das Volumen des Parallelepipeds zu berechnen, welches durch die Vektoren **6 P**

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix}, \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}$$

aufgespannt wird.

4. *Drehmomente* **12 P**



Ein Stab der Länge $L = 1\,\text{m}$ sei in seiner Mitte um eine in y-Richtung zeigende Achse drehbar gelagert. An einem Ende des Stabes greife eine Kraft $\vec{F} = (3{,}0, -4)^{\text{T}}\ \text{N}$ an (siehe Skizze).

(a) Die Kraft $\vec{F}$ verursacht ein Drehmoment $\vec{M}$. Das Drehmoment ist allgemein definiert als **6 P**

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}.$$

Darin ist $\vec{r}$ der Vektor vom Drehpunkt zum Angriffspunkt der Kraft. Berechnen Sie das auf die Mitte des Stabes bezogene Drehmoment.

(b) Damit der Stab im Gleichgewicht ist und nicht beginnt, sich zu drehen, muss die Summe aller Drehmomente gleich $\vec{0}$ sein. Wie groß muss also eine am anderen Ende des Stabes hängende Masse m sein, um den Stab im Gleichgewicht zu halten? **6 P**