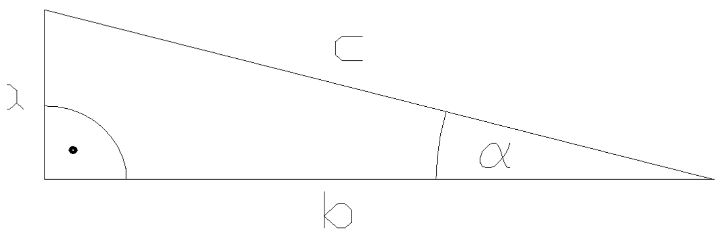
Hilfsmittel: Trigonometrische Funktionen

Die Funktionen:

y = sin x	„ Sinus “	y = tan x	„ Tangens “
y = cos x	„ Cosinus “	y = cot x	„ Cotangens “



kennt man zunächst als Seitenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck.

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

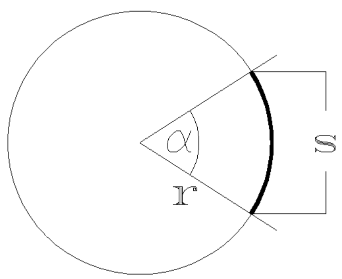
In der Physik begegnen sie uns oft auch ohne Bezug auf ein Dreieck, meist in ihrer Eigenschaft als <u>periodischer Funktion.</u>
Ihr Taschenrechner sollte die Funktionstasten sin, cos, tan x haben.
(der Cotangens ist überflüssig: $\cot x = \frac{1}{\tan x}$) Die Variable x kann man in verschiedenen Einheiten messen (und in den Taschenrechner eingeben) :

1) Grad (Rechter Winkel = 90°)
Dies ist in der Geometrie üblich; Taschenrechner-Betriebsart meist „ DEG “ (von engl. degree = Grad) bezeichnet

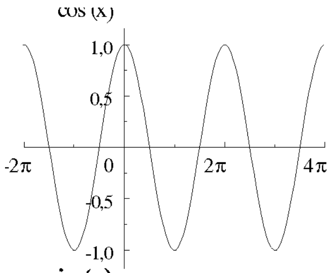
2) Radian (Rechter Winkel = $\frac{\pi}{2}$ = 0,01745...) (Taschenrechner-Betriebsart: RAD)
Dies wird in der Physik bevorzugt. Die Angabe in Radian entspricht geometrisch dem Verhältnis Bogenlänge zu Radius:

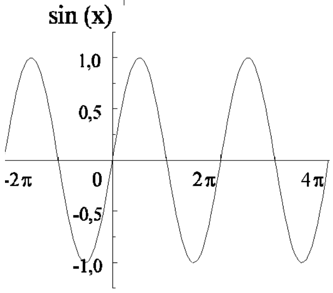
$$\alpha = \frac{s}{r}$$

1 Grad	=	0,01745 rad
57,3°	=	1 Radian (rad)
90°	=	1,57..rad
180°	=	3,14..rad



3) Unglücklicherweise treibt auf manchen Taschenrechnern noch eine 3. Einheit ihr Unwesen: die sog. „ Neugrad“ (Rechter Winkel = 100 Neugrad).
Rechner-Betriebsart meist „ GRA“ bezeichnet. Diese Einheit wollen wir vermeiden.





Verlauf der Funktionen

Beide Funktionen oszillieren mit der Periode 360° = 2 π rad zwischen +1 und -1 hin und her. Es ist nützlich, sich diese Kurven zu merken, insbesondere

$$\sin(0°) = 0 \qquad \sin(90°) = +1$$
$$\cos(0°) = +1 \qquad \cos(90°) = 0$$

Dann ergeben sich folgende Beziehungen praktisch von selbst

$$\sin(-x) = -\sin x \qquad \sin = \left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x$$

$$\cos(-x) = \cos x \qquad \cos = \left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$$

Weiterhin brauchen wir öfters folgende Formeln:

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y \; ; \quad \sin 2x = 2 \sin x \cos x$$
$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y \; ; \quad \sin^2 x = \tfrac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$

Setzen wir $\alpha = x + y$ und $\beta = x - y$, so ergeben sich daraus die Beziehungen

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$
$$\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

Die Umkehrfunktionen sind:

$y = \sin x \longrightarrow x = \text{arc sin } y$ („ Arcus Sinus “)
$y = \cos x \longrightarrow x = \text{arc cos } y$ („ Arcus Cosinus “)
$y = \tan x \longrightarrow x = \text{arc tan } y$ („ Arcus Tangens“)
$y = \cot x \longrightarrow x = \text{arc cot } y$ („ Arcus Cotangens“)

Auf dem Taschenrechner sind diese Funktionen meist (etwas mißverständlich) mit $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ usw. bezeichnet, häufig auch durch „ INV “ zu erhalten

Bei Differentiation der trigonometrischen Funktionen erhalten wir für:

$$y = \sin x \qquad y' = \cos x$$
$$y = \cos x \qquad y' = -\sin x$$