

Ulrich von Pöplitzki

Skalierungsverhalten globaler
Observablen und kollektiver Fluß
in numerischen Simulationen

— 1999 —

Experimentelle Physik

Skalierungsverhalten globaler
Observablen und kollektiver Fluß
in numerischen Simulationen

Diplomarbeit

von
Ulrich von Poblitzki

vorgelegt dem Fachbereich Physik der
Westfälischen Wilhelms-Universität Münster

angefertigt im Institut für Kernphysik der
Westfälischen Wilhelms-Universität Münster
Dezember 1999

Für meine Eltern.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Grundlagen	7
2.1	Quarks, Gluonen und Quark-Gluon-Plasma	7
2.2	Reaktionsverlauf von Schwerionenreaktionen	8
2.3	Signale des Quark-Gluon-Plasmas	10
2.3.1	Kinematische Signale	10
2.3.2	Elektromagnetische Signale	11
2.3.3	Aufhebung des Quark-Einschlusses	11
2.3.4	Wiederherstellung der chiralen Symmetrie	12
3	Das WA98-Experiment	13
3.1	Der Aufbau	13
3.1.1	Der Trigger	13
3.1.2	Kalorimeter	15
3.1.3	Der Plastic-Ball	16
3.1.4	LEDA	17
4	Modelle zur Beschreibung von Kern-Kern-Reaktionen	19
4.1	Übersicht	19
4.2	Das String-Modell hadronischer Wechselwirkung	20
4.2.1	Das LUND-Modell: FRITIOF	21
4.2.2	Das Dual-Parton-Modell: VENUS	22
4.2.3	Das Molekular-Dynamik-Modell: RQMD	24
4.3	Realisierung der Modelle	24
4.4	Verwendung der Modelle	25

5	Zentralitätsklassen	27
5.1	Berechnung der Energie in ZDC und MIRAC	27
5.1.1	Minimum-Bias-Schwelle	28
5.1.2	Bestimmung der Auflösung	29
5.2	Einteilung der Zentralitätsklassen	32
6	Skalierungsverhalten globaler Observablen	33
6.1	Wounded-Nucleon-Modell	34
6.2	Berechnung der Anzahl von Participants und Kollisionen	36
6.2.1	Einfluß der Nukleonendichte	36
6.2.2	Einfluß der Energieauflösung	38
6.2.3	Einfluß der Minimum-Bias-Schwelle	40
6.2.4	Einfluß der Modellannahmen in VENUS und FRITIOF	41
6.3	Skalierungsverhalten	43
6.3.1	Systematische Unsicherheit des Skalierungsexponenten	48
7	Kollektiver Fluß	51
7.1	Grundlagen	51
7.2	Methoden	54
7.3	Akzeptanz des Plastic-Balls	58
7.4	Auflösung der Reaktionsebene	58
7.4.1	Subevent-Analyse	60
7.5	Ergebnisse der Fourier-Analyse	63
7.5.1	Zentralitätsabhängigkeit der Fourier-Koeffizienten	63
7.5.2	Abhängigkeit der Fourier-Koeffizienten von der Rapidität	65
7.5.3	Abhängigkeit der Fourier-Koeffizienten vom Transversalimpuls	69
7.6	Ergebnisse der $\langle p_x \rangle$ -Analyse	74
7.6.1	Rapiditätsabhängigkeit von $\langle p_x \rangle$	74
7.6.2	Abhängigkeit von $\langle p_x \rangle$ von der Zentralität	74
7.7	Vergleich der Methoden	78
7.8	Zusammenfassung	80
8	Programm π -Wolke	81
8.1	Beschreibung des Modells	81
8.2	Vergleich des Flusses von Pionen und Photonen	84

9	Zusammenfassung und Ausblick	89
A	Kinematische Variablen	93
B	N_{part} und N_{coll} für verschiedene Zentralitätsklassen	95
	Literaturverzeichnis	100
	Danksagung	105

1. Einleitung

Eine der zentralen Fragen der Physik ist die nach der Existenz neuer Materiezustände und den Umständen ihrer Entstehung. Angefangen bei den alltäglichen wie fest, flüssig und gasförmig ging die Suche weiter in beide Richtungen der Energieskala. In den letzten Jahrzehnten sorgten besonders die Entdeckung von Hochtemperatursupraleitern und der Bose-Einstein-Kondensation für Aufsehen im Bereich sehr kleiner Temperaturen. Auf dem Gebiet der sehr hohen Temperaturen sind es besonders Experimente mit Schwerionen, von denen neue Erkenntnisse erwartet werden. Dazu stehen Experimente am CERN¹ und am RHIC² bevor, bei denen Temperaturen erreicht werden, die vorher noch nicht erreicht wurden.

Aber auch schon in früheren Experimenten wurden Energien und Drücke erreicht, bei denen sich ein neuer Materiezustand bilden konnte, wie er kurz nach der Entstehung unseres Universum bestanden hat. Der neue Materiezustand wird als Quark-Gluon-Plasma bezeichnet, da die Quarks und Gluonen nicht mehr in Hadronen gebunden sind. Die Untersuchung dieses Materiezustands könnte Erkenntnisse über die Entwicklung des frühen Universum und die Materie liefern.

Seit den 80er Jahren wird in verschiedenen Experimenten unter Teilnahme internationaler Arbeitsgruppen versucht, das Quark-Gluon-Plasma zu erzeugen und seine Eigenschaften zu studieren. Dabei werden schwere Ionen mit sehr hoher Energie aufeinandergeschossen, da man annimmt, daß sich in solchen Reaktionen ein Quark-Gluon-Plasma bilden kann, das lange genug existiert, um es studieren zu können. Begonnen wurde mit Reaktionen, bei denen Schwefel- und Sauerstoffionen auf 14.4 (in Brookhaven) bis 200 (am CERN) GeV pro Nukleon beschleunigt wurden. Mitte der 90er Jahre folgten Experimente mit ²⁰⁸Pb bei Energien von 158 GeV pro Nukleon³. Eines dieser Experimente ist das WA98-Experiment, in dessen Rahmen diese Arbeit geschrieben wird.

Der allgemeine Gesichtspunkt, unter dem dieser Arbeit geschrieben wird, ist die Untersuchung der Zustandsgleichung und der Reaktionsdynamik in der heißen Reaktionszone. Dazu wird mit verschiedenen Modellen versucht, Pb+Pb-Reaktionen zu beschreiben. Konkret werden zwei Aspekte näher betrachtet: Die Zentralitätsabhängigkeit der Teilchenproduktion und die kollektive Bewegung von Teilchen aus der Reaktionszone.

Die physikalischen Grundlagen von Schwerionenreaktionen und die Methoden zur Untersuchung des Quark-Gluon-Plasmas werden kurz in Kapitel 2 zusammengefaßt. Das

¹ Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire

² Relativistic Heavy Ion Collider

³ Im Weiteren kurz AGeV.

WA98-Experiment wird unter den für diese Arbeit wichtigen Gesichtspunkten in Kapitel 3 beschrieben. Nachdem die Grundlagen der Physik und des Experiments in diesen Kapiteln kurz beschrieben werden, folgt in Kapitel 4 ein Überblick über die Modelle, die zur Simulation der Pb+Pb-Kollisionen verwendet werden. Die Analyse der simulierten Reaktionen wird in den vier folgenden Kapiteln beschrieben. Dabei wird in Kapitel 6 die Teilchenproduktion in Abhängigkeit von der Zentralität untersucht. Mit der kollektiven Bewegung von Protonen, positiven und neutralen Pionen befassen sich die Kapitel 7 und 8. Den Analysen schließt sich eine Zusammenfassung mit Ausblick an.

2. Grundlagen

In den vergangenen Jahrzehnten sind viele Ideen über die Untersuchungsmöglichkeiten des Quark-Gluon-Plasmas entstanden. Die Vorstellung über diesen Materiezustand hat sich in diesem Zeitraum immer weiter verfeinert. Bevor der Aufbau des WA98-Experiments beschrieben wird, mit dem vielen Ideen nachgegangen werden kann, werden zunächst die Grundlagen der Physik ultrarelativistischer Schwerionenstöße zusammengefaßt.

2.1 Quarks, Gluonen und Quark-Gluon-Plasma

Wie sich in Streuexperimenten an Protonen und Neutronen Ende der 60er Jahre herausstellte, besitzen diese Nukleonen eine Substruktur aus punktförmigen Teilchen [Bre69, Bod79]. Am Anfang desselben Jahrzehnts hatten Gell-Mann und Zweig versucht, die Vielzahl neuer Teilchen, die zu dieser Zeit nachgewiesen worden sind, durch noch elementarere Teilchen, die sogenannten Quarks, zu erklären [Gel64]. Später wurden die punktförmigen Streuzentren mit den Quarks identifiziert.

Bei den Quarks handelt es sich, wie bei den nicht der starken Wechselwirkung unterliegenden Leptonen, um Fermionen. Die Quarks besitzen einen Spin von $1/2$ und eine elektrische Ladung von $\pm 2/3$ oder $\pm 1/3$ der Elementarladung. Die Wechselwirkung, die die Quarks zusammenbindet, wird als *starke Wechselwirkung* bezeichnet, da sie, verglichen mit den anderen Wechselwirkungen, die stärkste ist. Die zu dieser Wechselwirkung gehörigen Austauschbosonen sind die masselosen Gluonen.

Zur Beschreibung der starken Wechselwirkung wird die Quantenchromodynamik (QCD) als die beste Theorie angesehen. In der Geschichte der theoretischen Konzepte leitet sich die QCD von der Quantenelektrodynamik (QED) ab, die eine Beschreibung der elektromagnetischen Wechselwirkung liefert. Die Ladungen der starken Wechselwirkung werden als Farben und Antifarben bezeichnet. Anders als in der QED tragen in der QCD die Austauscheteilchen selber Ladung und wechselwirken deshalb untereinander und mit sich selbst. Dadurch steigt die Kopplungskonstante, die ein Maß für die Stärke der Wechselwirkung ist, mit dem Abstand an, anders als die Kopplungskonstante der QED, die mit dem Abstand abfällt. Eine Besonderheit der starken Wechselwirkung ist das sogenannten *Confinement*. Darunter versteht man die Beobachtung, daß die Quarks nur in gebundenen Zuständen von mehreren Quarks, aber nie als einzelne Quarks beobachtet werden. Im Rahmen der QCD kann dies folgendermaßen erklärt werden: Versucht man ein Quark aus einem Nukleon zu entfernen, so bildet sich ein Farbflußschlauch, der durch das umge-

bende QCD-Vakuum zusammengepreßt wird, ähnlich wie der magnetische Fluß in einem Supraleiter II. Art. In erster Näherung ist die Energiedichte pro Längenelement des Farbflußschlauches konstant. Deshalb wird unendlich viel Energie benötigt, um die Quarks voneinander zu trennen. Der Flußschlauch wird auch als String bezeichnet; sein Zerfall ist Grundlage der Modelle, die in dieser Arbeit verwendet werden (siehe Kapitel 4).

Dieser phänomenologische Ansatz zur Berechnung von Eigenschaften der starken Wechselwirkung ist nur in bestimmten Grenzbereichen gültig. Berechnungen, die nicht auf derartige Vereinfachungen oder Störungstheorie angewiesen sind, beruhen auf QCD-Gitterrechnungen, bei denen die Raumzeit auf ein diskretes Gitter abgebildet wird und der Grenzübergang zu einem unendlich feinen Gitter versucht wird. Solche Gitterrechnungen benötigen sehr viel Rechenleistung.

Bisher war die Berechnung der thermischen Zustandsgleichung nur für eine verschwindende Baryonendichte möglich. Diese Berechnungen zeigten einen Phasenübergang bei einer kritischen Temperatur von $T_c \approx 140$ MeV [Lae96]. Neuere Gitterrechnungen bei endlicher Baryonendichte sagen eine höhere kritische Temperatur $T_c \approx 170$ -190 MeV voraus [Kar99], doch sind diese Berechnungen noch mit einem großen Fehler behaftet und daher nur begrenzt aussagekräftig. Dieser Phasenübergang wird mit dem Übergang der Kernmaterie zu einem Quark-Gluon-Plasma interpretiert.

Auch im Fall niedriger Temperatur und hoher Baryonendichte ist ein Phasenübergang zu einem Quark-Gluon-Plasma möglich, wenn die Nukleonen, zum Beispiel in einem Neutronenstern, so hohen Drücken ausgesetzt sind, daß ihre Wellenfunktionen stark überlappen. Das Phasendiagramm für den Übergang von einem Hadronengas zu einem Quark-Gluon-Plasma ist in Abbildung 2.1 dargestellt.

2.2 Reaktionsverlauf von Schwerionenreaktionen

Reaktionen, bei denen mehr als 10 GeV auf jedes Nukleon im Laborsystem entfallen, werden als ultrarelativistisch bezeichnet. Bei solch hohen Energien kann die Wellennatur der Nukleonen vernachlässigt werden. Daher können viele Aspekte der Reaktion zweier Schwerionen aus der Reaktionsgeometrie verstanden werden.

Die Nukleonen der Kerne können in zwei Klassen eingeteilt werden: Die Nukleonen, die im Überlappbereich beider Kerne sind und an den inelastischen Kollisionen teilnehmen, werden als *Participants* bezeichnet. Die restlichen Nukleonen, die nicht an den inelastischen Stößen teilnehmen, sind die *Spektatoren* der Reaktion.

Voraussetzung für die Bildung eines Quark-Gluon-Plasmas ist die Erzeugung einer hohen Energiedichte im Reaktionsgebiet. Für die Größe dieser Energiedichte ist das Abstopfvermögen der Kerne entscheidend. Bei Schwerpunktsenergien von $\sqrt{s} = 5 - 10$ GeV wird angenommen, daß die Kerne vollständig abgebremst werden. Sind die Energien im

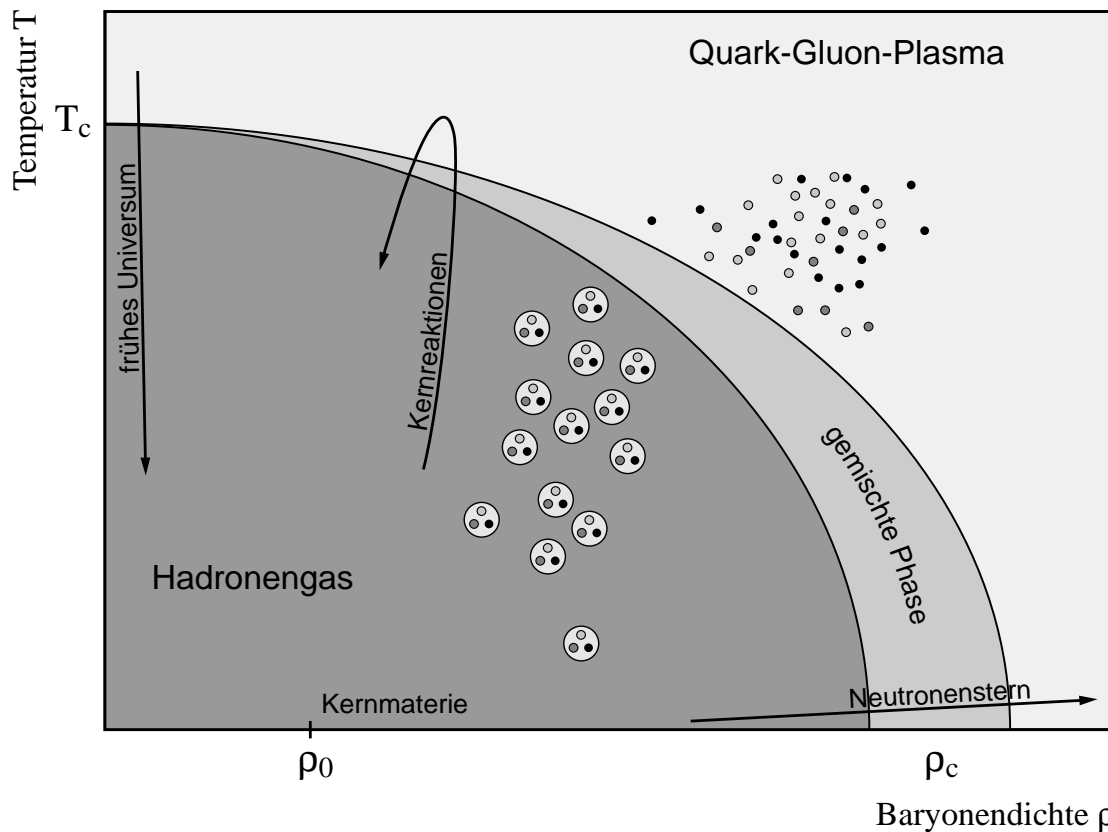


Abbildung 2.1: Phasendiagramm für den Übergang vom Hadronengas zum Quark-Gluon-Plasma.

Schwerpunktsystem größer als etwa 100 GeV, so sind die Kerne fast transparent und ein Quark-Gluon-Plasma mit einer kleinen Baryondichte kann sich bilden. Bei den hier untersuchten 158 AGeV Pb+Pb-Reaktionen ist die Energie im Schwerpunktsystem $\sqrt{s} = 17.2$ GeV, die Participants werden also nicht vollständig abgebremst, doch liegt im Reaktionsbereich eine von null verschiedene Baryondichte vor.

In [Abbildung 2.2](#) ist der zeitliche Ablauf einer Schwerionenreaktion dargestellt, bei der es zur Bildung eines Quark-Gluon-Plasmas kommt und die Kerne als transparent angenommen werden. Kurz nach der Reaktion findet eine große Anzahl von Stößen zwischen den produzierten Teilchen statt. Sie führen das System zum thermischen Gleichgewicht, in dem sich ein Quark-Gluon-Plasma bilden kann. Das Plasma expandiert und kühlt dabei ab, wobei sich eine gemischte Phase bildet, in der das Quark-Gluon-Plasma und das Hadronengas gleichzeitig vorhanden sind. Aus dieser gemischten Phase bildet sich ein reines Hadronengas, aus dem neue Mesonen und Hadronen ausfrieren. Diesen Prozess nennt man

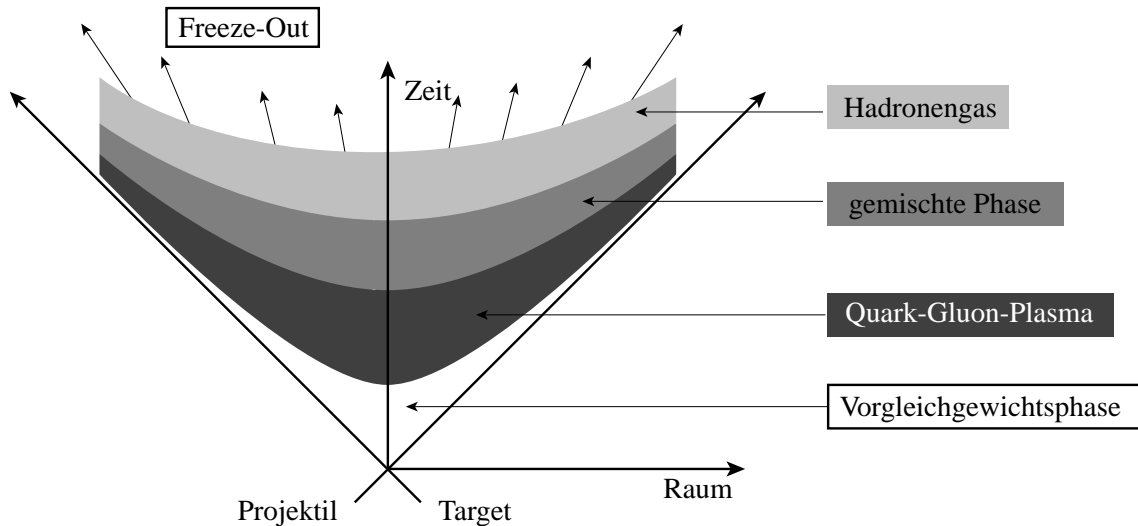


Abbildung 2.2: Entwicklung einer ultrarelativistischen Schwerionenreaktion.

Freeze-Out.

2.3 Signale des Quark-Gluon-Plasmas

Die Zeit, in der ein Quark-Gluon-Plasma existiert, ist mit einigen fm/c nur sehr kurz. Die Signale, die Aufschluß über die Existenz und die Eigenschaften des Plasmas geben können, sind deshalb von einem großen Hintergrund von störenden Signalen zu trennen. Zusätzlich zu diesem Untergrund können die Signale durch die Hadronisierung und Wechselwirkungen mit anderen Teilchen verwischt werden. Im folgenden werden einige Signale eines Quark-Gluon-Plasmas zusammengefaßt, die bisher vorgeschlagen wurden.

2.3.1 Kinematische Signale

Bei Phasenübergängen erster Ordnung macht sich der Übergang durch ein Plateau im Anstieg der Temperatur beim Erhöhen der Energiedichte bemerkbar, da dort alle zusätzliche Energie in die neuen Freiheitsgrade des Plasmas übergeht.

In Schwerionenreaktionen kann der mittlere Transversalimpuls der produzierten Teilchen als ein Maß für die Temperatur des Reaktionssystems angenommen werden. Die Energiedichte kann aus der Pseudorapiditätsverteilung¹ $dE_T / d\eta$ berechnet werden. Eine Variation der Energiedichte ist durch die Auswahl verschiedener Zentralitätsklassen möglich.

¹Die Pseudorapidität η ist im Anhang A definiert.

Die Zustandsgleichung der heißen und dichten Kernmaterie ist durch die Untersuchung kollektiven Flußverhaltens zugänglich. Das Flußverhalten entsteht durch einen Druckgradienten in der heißen Reaktionszone, dem *Feuerball*. Die Stärke des Flusses ist Ausdruck der Kompressibilität der Materie und liefert damit Rückschlüsse auf die Zustandsgleichung.

2.3.2 Elektromagnetische Signale

Photonen und Leptonen unterliegen nicht der starken Wechselwirkung und können die Reaktionszone fast ungehindert verlassen. Direkte Photonen entstehen hauptsächlich bei der Quark-Gluon-Compton-Streuung $qg \rightarrow q\gamma$ und aus der Quark-Antiquark-Vernichtung $q\bar{q} \rightarrow g\gamma$. Aber auch in der Hadronengas-Phase entstehen direkte Photonen durch inelastische Streuung von Pionen $\pi^\pm \rho^0 \rightarrow \pi^\pm \gamma$ und $\pi^+ \pi^- \rightarrow \rho^0 \gamma$. Um die Erzeugung direkter Photonen nachweisen zu können, muß ein dominierender Untergrund von Photonen aus dem Zerfall von neutralen Pionen $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ und η -Mesonen $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ berücksichtigt werden. Die Signale direkter Photonen von einem Hadronengas gleicher Temperatur und einem Quark-Gluon-Plasma sind ähnlich. Der Nachweis eines Quark-Gluon-Plasmas ist daher ohne weitere Informationen nur mit Hilfe der direkten Photonen sehr schwierig.

2.3.3 Aufhebung des Quark-Einschlusses

Einen direkten Hinweis auf das Entstehen eines Quark-Gluon-Plasmas in einer Reaktion liefern Signale, die aufgrund der Aufhebung des Quarks-Einschlusses in Hadronen entstehen. Eines dieser Signale ist die unterdrückte Produktion der J/Ψ -Mesonen. Die J/Ψ -Mesonen werden in der frühen Phase der Reaktion gebildet und können über ihren Zerfallskanal in zwei Myonen nachgewiesen werden. Durch das Quark-Gluon-Plasma könnte die Produktion der J/Ψ -Mesonen unterdrückt sein. In einem Quark-Gluon-Plasma wird das anziehende Potential zwischen den c - und \bar{c} -Quarks durch die hohe Dichte freier Farbladungen abgeschirmt, so daß sich das J/Ψ -Meson kaum bilden kann. Auch ohne die Existenz eines Quark-Gluon-Plasmas kann die Produktion von J/Ψ -Mesonen in Schwerionenreaktionen unterdrückt sein aufgrund der Stöße von J/Ψ -Mesonen mit den umgebenden Hadronen. In neueren Ergebnissen für 158 AGeV Pb+Pb-Reaktionen zeigt sich, daß die Unterdrückung von J/Ψ -Mesonen in halbzentralen und zentralen Reaktionen nicht mehr durch Absorption beschrieben werden kann [Gon96].

Als weiteres Signal könnte die erhöhte Produktion von Teilchen mit einem oder mehreren Strange-Quarks in Schwerionenreaktionen sein. Der Grund hierfür liegt in der Verringerung der Energieschwelle für die Produktion der Strange-Quarks. In einem Hadronengas muß für die Produktion von Teilchen mit Seltsamkeit eine Energie von ca. 700 MeV

aufgebracht werden, da die Produktion eines Teilchens mit einem Strange-Quark auch immer die Erzeugung eines Teilchens mit dem entsprechenden Antiquark erfordert. Die Wiederherstellung der chiralen Symmetrie verringert die Energieschwelle zur Produktion von Seltsamkeit auf die nackte Masse zweier Strange-Quarks, $2m_s \approx 300 \text{ MeV}/c^2$.

2.3.4 Wiederherstellung der chiralen Symmetrie

Unter dem Begriff *chirale Symmetrie* wird verstanden, daß die Massen der Quarks gleich null sind. In erster Näherung ist dies auch für u- und d-Quarks richtig. Durch die endlichen Massen der Quarks ist diese Symmetrie aber gebrochen. Durch die Aufhebung des Confinements im QGP kann es zur Wiederherstellung der chiralen Symmetrie kommen. Dies führt möglicherweise dazu, daß sich ein *disorientiertes chirales Kondensat* bildet [Ans89, Kow92]. Ein Bereich, in dem solch ein disorientiertes chirales Kondensat (DCC) vorliegt, zerfällt bei der Expansion in neutrale und geladene Pionen. Durch Fluktuationen kann es zu großen Abweichungen im Verhältnis N_{π^0} / N_{π} vom bekannten Wert von 1/3 kommen.

3. Das WA98-Experiment

Die Untersuchung ultrarelativistischer Schwerionenstöße begann am CERN im Jahr 1986 mit der Beschleunigung von ^{16}O auf eine Energie von 200 AGeV und dem Beschuß feststehender Targets. Ein Jahr später folgten ^{32}S -Kerne mit der gleichen Energie pro Nukleon. Ausgangspunkt dieser Experimente war unter anderem die Frage, ob die Energiedichten, die bei diesen Kollisionen erreicht werden, ausreichen, einen neuen Materiezustand zu erreichen, das Quark-Gluon-Plasma (QGP). Außerdem wurde nach Effekten gesucht, die nur in nuklearen Reaktionen stattfinden, das heißt nach Eigenschaften, die nicht als Überlagerung von Nukleon-Nukleon-Stößen beschrieben werden können. Seit 1994 finden am CERN Experimente mit Bleikernen bei einer Energie von 158 AGeV statt¹. Bleikerne haben den Vorteil, daß eine große Anzahl der an der Reaktion teilnehmenden Teilchen möglicherweise ein makroskopisches System bildet, welches durch thermodynamische Größen wie Druck und Temperatur beschrieben werden kann. Die große Zahl von produzierten Teilchen erlaubt es, diese Größen mit hinreichender Genauigkeit zu bestimmen. Eines dieser Experimente ist das WA98-Experiment, in dessen Rahmen diese Arbeit geschrieben wird. Die nächsten Abschnitte fassen die Detektoren zusammen, die bei den Simulationen in dieser Arbeit verwendet werden.

3.1 Der Aufbau

Im WA98-Experiment werden gleichzeitig verschiedene Observablen gemessen, mit denen die Schwerionenstöße beschrieben werden können [WA98]. So können Reaktionen sowohl über ihre Energie in Transversal- und Vorwärtsrichtung E_T und E_F , als auch über die Multiplizität geladener Teilchen und die Photonenmultiplizität charakterisiert werden. Das WA98-Experiment ist nicht zur Untersuchung nur eines bestimmten Aspekts konzipiert worden, sondern es soll möglichst viele Bereiche der Schwerionenreaktionen abdecken. Ein Schwerpunkt liegt aber auf der Messung von Photonen und neutralen Mesonen. In Abbildung 3.1 ist der Aufbau des Experiments dargestellt.

3.1.1 Der Trigger

Während eines Beschleunigerzyklus am SPS, der 19 s dauert, werden innerhalb von 4 s einige hunderttausend Bleionen auf das Target gelenkt. Aufgabe des Triggers ist es, festzulegen, ob und wann ein gültiges Ereignis stattgefunden hat. Das Triggersignal, mit dem

¹Das entspricht einer Gesamtenergie von 33 TeV.

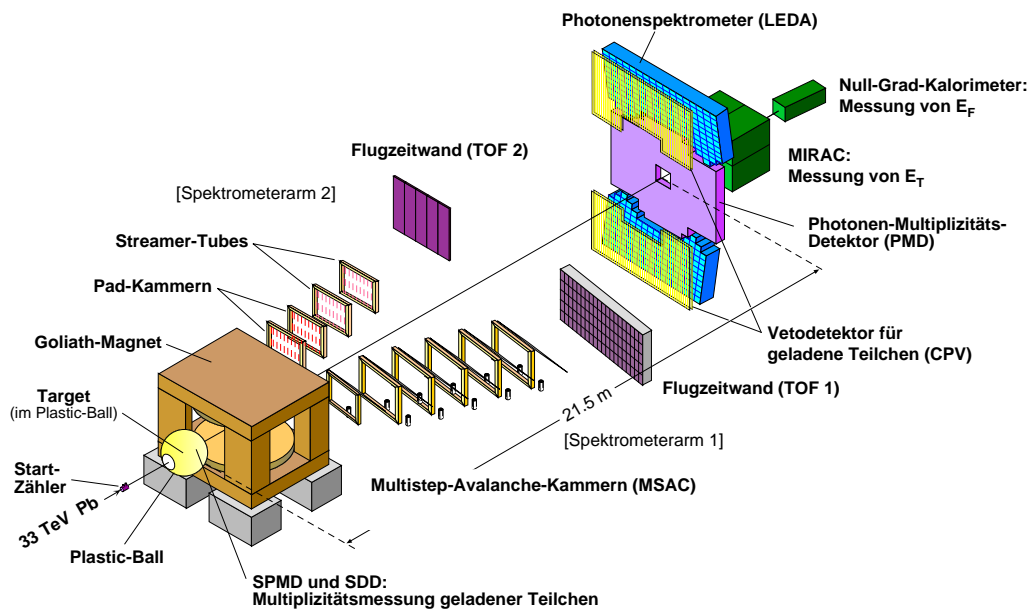


Abbildung 3.1: Der Aufbau des WA98-Experiments (1996).

die Datenerfassung im WA98-Experiment gestartet wird, wird aus den Signalen einiger schneller Detektoren gebildet [Lee94]:

- Als Startzähler wird ein Gas-Čerenkov-Detektor verwendet, der die einlaufenden Strahlteilchen registriert und solche Teilchen verwirft, die nicht die erforderliche Ladung haben.
- Die Strahlteilchen können schon vor der eigentlichen Reaktion mit dem Target Reaktionen erfahren (zum Beispiel mit dem Restgas im Strahlrohr). Daher ist der Strahl immer von einem *Halo* aus Sekundärteilchen umgeben. Um diese zu unterdrücken, befindet sich vor dem Target eine Szintillatorwand.
- Reaktionen der Strahlteilchen mit dem Startzähler werden mit einem Quarz-Čerenkov-Detektor, dem sogenannten *Little Veto*, registriert und verworfen.
- Die Energie der in der Reaktion gebildeten Teilchen wird mit dem MIRAC (siehe Abschnitt 3.1.2) gemessen, um festzustellen, ob eine Reaktion mit dem Target stattgefunden hat.
- Der Plastic Ball (s. Abschnitt 3.1.3) wird zur Unterdrückung von solchen Ereignissen benutzt, in denen das Strahlteilchen mit der Luft oder dem Detektormaterial, aber nicht mit dem Target reagiert (sogenannte *Downstream*-Ereignisse) hat.

Startzähler, Halo- und Little Veto-Detektor bilden den *Beam-Trigger*. Das gemeinsame Auftreten von Beam-Trigger und dem Überschreiten einer minimalen transversalen Energie E_T zeigt eine inelastische Reaktion des Strahlteilchens mit dem Target an. Dieses Ereignis definiert den *Minimum-Bias-Trigger*. Mit dem Setzen unterschiedlicher Schwellen für das E_T -Signal lässt sich der Minimum-Bias-Trigger in periphere, halb-zentrale und zentrale Trigger einteilen.

3.1.2 Kalorimeter

Die Messung von Energie in Vorwärtsrichtung E_F mit dem Null-Grad-Kalorimeter (auch *Zero Degree Calorimeter ZDC*) und der transversalen Energie E_T mit dem MIRAC² erlaubt eine Einteilung der Schwerionenstöße in Zentralitätsklassen.

Das MIRAC-Kalorimeter

Das MIRAC steht 25 m hinter dem Target und wurde bereits in den Vorläuferexperimenten WA80 und WA93 verwendet. Es ist aus 180 Modulen aufgebaut; jedes Modul besteht aus einem hadronischen und einem elektromagnetischen Teil, der in der sogenannten Sandwich-Technik aus einer abwechselnden Abfolge von passivem Absorbermaterial und aktiven Szintillatorschichten aufgebaut ist. Der elektromagnetische Teil besteht aus wechselnden Schichten von Blei und Plastikszintillator, der hadronische Teil ist nach dem selben Prinzip aus Eisen- und Szintillatorplatten aufgebaut. Als Energieauflösungen ergeben sich $\sigma_E/E = 17.9\%/\sqrt{E/\text{GeV}}$ im elektromagnetischen und $\sigma_E/E = 46.1\%/\sqrt{E/\text{GeV}}$ für den hadronischen Teil [[Awe89](#)].

Mit dem MIRAC kann die Transversalenergie der Schwerionenreaktion bezüglich der Strahlachse bestimmt werden. Die Transversalenergie der Schwerionenreaktion ist die Summe der transversalen Energie aller Teilchen, die an der Reaktion teilnehmen:

$$E_T = \sum_{i=1}^{N_{\text{Teilchen}}} E_i \sin \theta_i \approx \sum_{i=1}^{N_{\text{Module}}} E_i \sin \theta_i^{\text{mod}} \quad . \quad (3.1)$$

Dabei ist θ_i der Polarwinkel des i -ten Teilchens und θ_i^{mod} derjenige des i -ten Moduls. Das MIRAC deckt im WA98-Experiment einen Pseudorapiditätsbereich von $3.5 \leq \eta \leq 5.5$ ab.

²**Mid-Rapidity Calorimeter.** Dieser Name stammt aus den Zeiten des WA80- und des WA93-Experiments, wo das MIRAC eingesetzt wurde und den Bereich mittlerer Rapiditäten abdeckte. Im WA98-Experiment ist das nicht mehr so, der Name wurde aber beibehalten.

Das Null-Grad-Kalorimeter

Das Null-Grad-Kalorimeter mißt die Gesamtenergie der Teilchen, die unter einem Winkel kleiner als 0.3° bezüglich der Strahlachse durch eine kleine Öffnung im MIRAC fliegen; dies entspricht einer Pseudorapidität größer als 5.9. Das Null-Grad-Kalorimeter besteht aus 5 mal 7 Modulen, wobei jedes aus 36 abwechselnden Schichten von 10 mm dickem Bleiabsorber und 2.5 mm Szintillator aufgebaut ist. Um die im Detektor erzeugten Schauer auf mehrere Module zu verteilen, ist das Null-Grad-Kalorimeter um 3° relativ zur Strahlachse gekippt. Für die Energieauflösung wird ein Wert von $\sigma_E/E = 80\%/\sqrt{E/\text{GeV}}$ angegeben [Vod93].

3.1.3 Der Plastic-Ball

Ursprünglich wurde der Plastic-Ball im BEVALAC in Berkley eingesetzt, um Teilchen im Targetfragmentationsbereich zu messen [Bad82]. Er deckt einen Winkelbereich von $160^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ in Polarrichtung und den gesamten Winkelbereich in azimuthaler Richtung ab. Der Plastic-Ball besteht aus 655 Modulen³, die eine Teilchenidentifikation über die gleichzeitige Messung von Energieverlust ΔE und Teilchenenergie E ermöglichen. Der Aufbau des Plastic-Balls und eines Moduls sind in Abbildung 3.2 dargestellt. Aufgrund der höheren Teilchenzahl in Vorwärtsrichtung bei SPS-Energien werden die vorderen 135 Module nicht für die Datenauswertung benutzt. Jedes Modul ist aus zwei Szin-

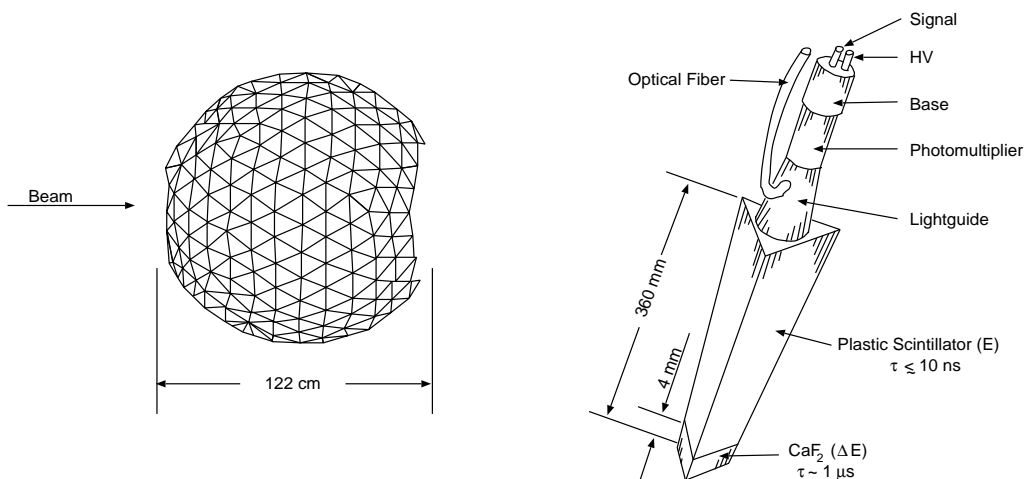


Abbildung 3.2: Schematischer Aufbau des Plastic-Ball-Detektors.

³Bei den Experimenten am BEVALAC bestand der Plastic-Ball aus 815 Modulen. Ab dem Einsatz im WA80-Experiment wurden 160 Module in Vorwärtsrichtung aus dem Detektor ausgebaut, da die höhere Teilchenmultiplizität sie unbrauchbar machte.

tillatoren aufgebaut. Der innere Szintillator besteht aus 4 mm mit Eu dotiertem CaF_2 -Kristall, der das Energieverlustsignal ΔE liefert. Die Bestimmung der Energie E erfolgt mit dem äußeren Plastik-Szintillator. Aus der Messung von $\Delta E - E$ erfolgt die Teilchenidentifikation. Die Abmessungen des CaF_2 -Kristalls wurden so gewählt, daß Protonen bis 30 MeV gestoppt werden. Im Plastikszintillator werden Protonen mit bis zu 300 MeV gestoppt. In diesem Energiebereich ist eine gute Teilchenidentifikation möglich. Neben Protonen können mit dem Plastic-Ball auch positiv geladene Pionen und leichte Kernfragmente nachgewiesen werden. Durch die Analyse der im Plastic-Ball nachgewiesenen Teilchen ist eine Bestimmung der Reaktionsebene möglich, die zur Untersuchung kollektiver Flußphänomene notwendig ist [Sch98].

3.1.4 LEDA

Eines der Ziele des WA98-Experiments ist die Messung von Photonen und neutralen Mesonen. Zu diesem Zweck wurde der Bleiglasdetektor LEDA⁴ entwickelt und gebaut. Er befindet sich etwa 21.5 m hinter dem Target und deckt ein Pseudorapiditätsintervall von $2.3 < \eta < 3.0$ ab. Mit seinen 10080 Bleiglasmodulen kann er Photonen im Energiebereich zwischen 0.12 GeV und 40 GeV messen. Neutrale Mesonen, insbesondere π^0 - und η -Mesonen, können über ihren Zerfall in zwei Photonen rekonstruiert werden. Jedes Bleiglasmodul wird dabei von einem Photonenvervielfacher ausgelesen [Sch94, Boh96, Blu98].

Hochenergetische Photonen lösen im Bleiglas einen elektromagnetischen Schauer von Elektronen, Positronen und Photonen aus. Die Ausbreitung des Schauers bricht ab, wenn die Energie der Elektronen und Positronen eine kritische Energie E_c überschreitet, bei der der Energieverlust durch Bremsstrahlung gleich dem Energieverlust durch Anregung von Atomen des Detektormaterials ist. Die Photovervielfacher weisen die Čerenkovphotonen der Elektronen und Positronen nach.

Die Anzahl der produzierten Čerenkovphotonen eines elektromagnetischen Schauers ist proportional zur Energie E_0 des primären Photons.

⁴ Lead Glas Detektor Array

4. Modelle zur Beschreibung von Kern-Kern-Reaktionen

Die numerische Beschreibung hochenergetischer Schwerionenreaktionen gestaltet sich schwierig, da eine Berechnung von Reaktionen, in denen nur geringer Impulsübertrag stattfindet, nicht mit den Mitteln der Störungsrechnung möglich ist. Solche Wechselwirkungen bezeichnet man auch als *weiche Wechselwirkungen* im Gegensatz zu *harten Wechselwirkungen*, bei denen ein großer Impulsübertrag eine störungstheoretische Berechnung ermöglicht. Es gibt zahlreiche numerische Ansätze, um den Bereich der weichen Wechselwirkungen zu beschreiben, die unter dem Begriff *String-Modelle* zusammengefaßt werden. Die Ergebnisse der numerischen Rechnungen gleichen sich mehr oder weniger, da die freien Parameter an experimentelle Daten angepaßt wurden. Wie sich diese Modelle in ihren theoretischen Grundlage unterscheiden, wird in den nächsten Abschnitten dargestellt.

4.1 Übersicht

Der Grund, weshalb bei der numerischen Beschreibung hochenergetischer Kernreaktionen String-Modell benutzt werden, liegt darin, daß die meisten Reaktionen zwischen Projektil- und Targetkernen durch weiche Wechselwirkungen beschrieben werden können. Zu erkennen ist dies zum Beispiel an den p_T -Spektren von Pionen. Im Bereich $p_T < 2$ GeV zeigt das Spektrum ein exponentiell abfallendes Verhalten; für $p_T > 2$ GeV ändert sich dies und der Abfall gehorcht einem Potenzgesetz p_T^{-n} . Der potenzartige Abfall ist typisch für eine harte Wechselwirkung, die durch Störungsrechnung beschrieben werden kann. Die Abnahme entsprechend einer Exponentialfunktion ist das Ergebnis einer Überlagerung vieler Stöße mit kleinem Impulsübertrag. Der Grund für diese Zweiteilung ist die besondere Form der Kopplungskonstante der QCD [Per87]:

$$\alpha_s(q^2) = \frac{1}{(33 - 2n_f)/12\pi \ln(q^2/\Lambda^2)} \quad . \quad (4.1)$$

Dabei ist q der Impulsübertrag, n_f die Anzahl der Quarksorten und Λ der freie Skalenparameter der QCD. Der Bereich großer Impulsüberträge entspricht kleinen charakteristischen Längen. Dieser Fall wird als *asymptotische Freiheit* bezeichnet, da die Kopplungskonstante der starken Kraft klein wird und Störungsrechnung möglich ist. Der andere Fall kleiner Impulse entspricht einer immer größer werdenden Kopplungskonstanten. In diesem Fall

wird das Potential der starken Wechselwirkung zwischen zwei Quarks durch

$$V(r) \approx \kappa r \quad (4.2)$$

beschrieben, wobei r der Abstand der Quarks ist. Dies ist das Potential eines Farbflußschlauches zwischen stark wechselwirkenden Teilchen mit konstanter Energiedichte pro Längeneinheit¹. Die Größe dieser Energiedichte kann zum Beispiel aus dem linearen Zusammenhang zwischen Drehimpuls und Massenquadrat von Hadronenresonanzen (Regge-Trajektorien) zu $\kappa \approx 1 \text{ GeV}/\text{fm}^2$ berechnet werden.

Die Näherung (4.2) ist Grundlage der String-Modelle. Damit wird eine Einschränkung für diese Modelle ersichtlich: Für Reaktionen mit einer nicht vernachlässigbaren Zahl von harten Wechselwirkungen liefern diese Modelle keine korrekte Beschreibung mehr. Die Anzahl solcher harter Wechselwirkungen ist energieabhängig. Schätzungen für die Schwerpunktsenergie, bei der reine String-Modelle zusammenbrechen, liefern Werte von $\sqrt{s_{max}} = 30 - 100 \text{ GeV}$. Ein anderer Nachteil der String-Modelle zeigt sich im Bereich kleiner Energien. Im Fall kleiner Schwerpunktsenergien kann die *Hadronisierungszeit* τ_h , das ist die Zeit, die zur Bildung von Hadronen nötig ist, kleiner werden als die Zeit zwischen zwei Kollisionen τ_c . Nach jeder Nukleon-Nukleon-Reaktion bilden sich also kurz vor einer weiteren Reaktion neue Hadronen, die nun ihrerseits weitere Reaktionen verursachen. Daher liefern String-Modell in diesem Fall keine sinnvollen Ergebnisse. Abschätzungen für die untere Energieschwelle liegen im Bereich einiger GeV [Wer94].

4.2 Das String-Modell hadronischer Wechselwirkung

Trotz der theoretischen Grundlage, die allen String-Modell gemein ist, gibt es große Unterschiede in den theoretischen Konzepten und Näherungen, die den einzelnen Modellen zugrunde liegen. In diesem Abschnitt wird näher auf diese Unterschiede eingegangen. Beschrieben werden die Modelle, die in dieser Arbeit verwendet wurden, um Schwerionenreaktionen zu beschreiben.

Die Vorgehensweise ist in allen Modellen grundsätzlich dieselbe: Nachdem festgestellt wurde, daß eine Reaktion zwischen zwei Nukleonen stattgefunden hat, werden zwei Strings gebildet, die aus den Partonen der Nukleonen bestehen; diese Strings propagieren und fragmentieren. Nach der Fragmentation der Strings zerfallen die instabilen Resonanzen und Teilchen entsprechend den experimentell gefundenen Verhältnissen in stabile Teilchen. Die Reaktion ist abgeschlossen, wenn diese Zerfälle beendet sind und alle Teilchen die Reaktionszone verlassen haben.

¹Diese Energiedichte wird mit κ bezeichnet. Die Annahme eines linearen Zusammenhangs ist nur phänomenologisch begründet und folgt nicht aus QCD-Rechnungen.

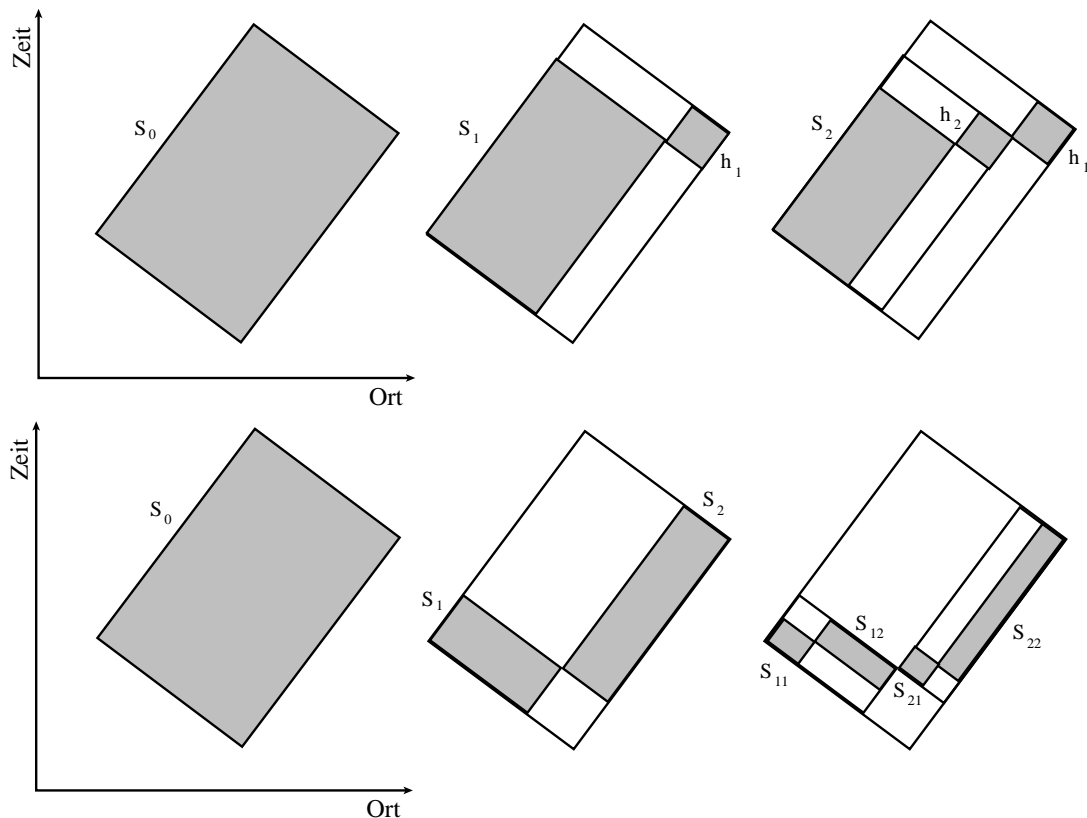


Abbildung 4.1: Dargestellt ist die Bewegung eines Strings, an dessen Enden sich Quarks, Antiquarks oder Diquarks befinden können. Die grau unterlegte Fläche ist proportional zur Masse des Strings. Für eine ausführliche Beschreibung der Eigenschaften von Strings in diesem Modell siehe [Won94]. Das LUND-Modell und VENUS benutzen unterschiedliche Formen der Stringfragmentation: Während im LUND-Modell ein String S_0 in einen neuen String und ein Hadron mit bekannter Masse zerfällt $S_1 + h_1$ (oben), fragmentiert der String S_0 im Modell von VENUS in zwei neue Strings $S_1 + S_2$ (unten).

4.2.1 Das LUND-Modell: FRITIOF

Das *LUND-Modell* [And83] ist eines der ältesten Modelle zur Beschreibung von hoch-energetischen Hadronwechselwirkungen. Es wurde 1978 von Torbjörn Sjöstrand im Programm *JETSET* [Sjö86] realisiert. Seitdem hat es immer wieder Verbesserungen und Erweiterungen dieses Modells gegeben, die 1986 zur Erweiterung auf Nukleon-Kern- und Kern-Kern-Reaktionen im Programmcode *FRITIOF*, geschrieben von Nilsson-Almqist, führten [Nil87].

Die Grundlage dieses Modells ist phänomenologischer als zum Beispiel beim Dual-Parton-Modell *VENUS* (siehe Abschnitt 4.2.2). Die Kollision von Hadronen mit Hadronen

oder Kernen mit Kernen wird in FRITIOF als inkohärente Überlagerung von Kollisionen ihrer Nukleonen betrachtet. Die Entscheidung, ob eine Reaktion in einer Hadron-Hadron- oder Hadron-Kern-Kollision stattfindet, fällt aufgrund der Geometrie der Kollision. Eine Kollision kann ab einem minimalen Abstand d stattfinden, wenn der Wirkungsquerschnitt groß genug ist: $d \leq \sqrt{\sigma/\pi}$. Es können verschiedene Typen von Überlapp-Funktionen der Nukleonen ausgewählt werden. Jede dieser Funktionen enthält zwei freie Parameter, die durch Anpassung an den totalen und an den inelastischen Wirkungsquerschnitt bestimmt wurden. Nachdem so bestimmt wurde, ob eine Reaktion zwischen den Nukleonen stattgefunden hat, werden zwei Strings durch den Austausch von Impuls angeregt. Diese Strings expandieren nun in longitudinaler Richtung und fragmentieren in Hadronen. Die Fragmentation der Strings erfolgt im Rahmen des LUND-Modells iterativ (siehe Abbildung 4.1 oben): Der ursprüngliche String spaltet sich in ein Hadron h und einen weiteren String $S \rightarrow S + h$ auf. Diese Fragmentation findet solange statt, bis der neu gebildete String nicht mehr genug Masse hat, um weitere Hadronen zu bilden. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß an einer bestimmten Stelle im Raum eine Fragmentation des Strings auftritt, ist im wesentlichen aus der *Links-Rechts*-Symmetrie bestimmt. Dabei wird angenommen, daß es für die Physik keinen Unterschied machen darf, ob der String von *links* oder *rechts* fragmentiert. Einer der wesentlichen Unterschiede zu den Modellen VENUS oder RQMD ist, daß in diesem Modell keine sekundären Wechselwirkungen zwischen den produzierten Teilchen mehr stattfinden.

4.2.2 Das Dual-Parton-Modell: VENUS

Das *Dual-Parton*-Modell beruht auf Arbeiten von Capella und Tran Thanh Van [Cap81]. Seine Umsetzung im Programmcode VENUS wurden 1993 von Klaus Werner vorgeschlagen, um Kernreaktionen im Energiebereich einiger 10 GeV zu beschreiben [Wer93]. Um die weitere Verwendung dieses Ansatzes auch für RHIC- und LHC-Energien zu ermöglichen, wurde das Modell erweitert und verallgemeinert. Diese Erweiterungen sind im Programmcode *NEXUS* implementiert; auf die genauen Einzelheiten wird im weiteren aber nicht eingegangen, es ist nur der Vollständigkeit halber erwähnt.

Grundlage des Dual-Parton-Modells ist die Gribov-Regge-Theorie. In dieser Theorie wird die Amplitude für elastische Hadron-Hadron-Streuung $A(s, t)$ durch die Summe über alle möglichen Pomeron-austausche beschrieben² ³. Aus der Amplitude $A(s, t)$ lassen sich der elastische σ_{el} , der totale σ_{tot} und damit auch der inelastische Wirkungsquerschnitt σ_{inel} berechnen. Weiterhin kann auch der Anteil von m Pomeron-austauschen am gesamten inelastischen Wirkungsquerschnitt σ_{inel} berechnet werden. Die Vorhersage der Teilchen-

²Dabei sind s und t die Mandelstam-Variablen.

³Das Pomeron ist ein theoretisches Hilfsmittel, das keinem experimentell nachweisbaren Teilchen entspricht.

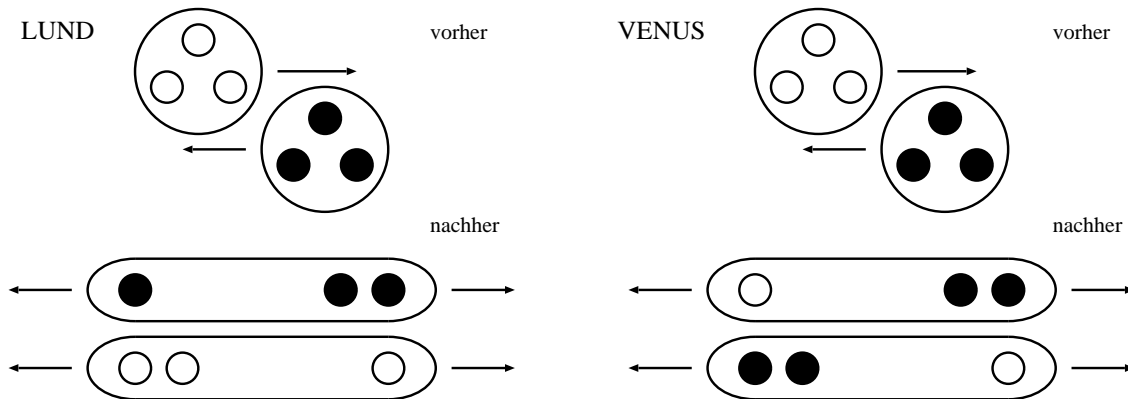


Abbildung 4.2: Die Reaktion auf der linken Seite der Abbildung zeigt die Situation im LUND-Modell, auf dem FRITIOF und RQMD beruhen: Die Reaktion zweier Hadronen erzeugt zwei Strings, die aus den Partonen desselben Hadrons durch Impulsaustausch gebildet werden. Auf der rechten Seite ist die selbe Reaktion im Dual-Parton-Modell wiedergegeben: Auch hier bilden sich zwei Strings, die aber jeweils aus den Partonen beider Hadronen durch Farbladungsaustausch gebildet werden.

produktion in diesem theoretischen Bild ist zu komplex, um praktisch durchgeführt zu werden. Es zeigt sich aber, daß sich der Prozeß der Teilchenproduktion auch durch Fragmentation zweier oder mehrerer relativistischer Strings beschreiben läßt. Im Modell von VENUS wird dieser Fragmentationsprozeß vollzogen. Nachdem die Amplituden der inelastischen Streuungen berechnet wurden, findet ein Farbladungsaustausch zwischen den betroffenen Nukleonen statt, bei dem sich zwei oder mehrere Strings bilden (siehe Abbildung 4.2).

Die Fragmentation dieser Strings benutzt einen Algorithmus ähnlich dem LUND-Modell (siehe Abbildung 4.1). Jeder String spaltet im VENUS-Modell in zwei Strings auf. Die Wahrscheinlichkeit, mit der eine solche Aufspaltung an einem Ort der Raumzeit stattfindet, ist durch die Fläche unter dieser Stelle gegeben: $dP \propto d^2A$. Dieses sogenannte *Area Law* wurde zum ersten Mal von Artur und Mennessier [Art74] vorgeschlagen. Die neu gebildeten Strings fragmentieren weiter in Stringpaare, bis die Masse eines Strings unter eine bestimmte Schwelle fällt. Dieser String wird dann mit einer Resonanz oder einem Teilchen identifiziert.

Hohe Teilchendichten sind ein Problem für String-Modelle, da hierfür nicht mehr davon ausgegangen werden kann, daß die Strings unabhängig voneinander fragmentieren. Frühe Modelle, wie das LUND-Modell, sehen keine Mechanismen für Wechselwirkungen produzierter Teilchen vor. In VENUS werden die Teilchen, die bei der Fragmentation der Strings entstehen, nicht gleich endgültig produziert. Jedes Teilchen braucht ein Volumen V_0 , in dem sich keine weiteren Teilchen befinden, um entstehen zu können. Befinden sich weitere Teilchen in diesem Volumen, ist also die Teilchendichte $\rho > \rho_0$, so bilden die-

se Teilchen einen Cluster, der dann durch makroskopische Größen wie die Energiedichte beschrieben wird. Dieser Cluster expandiert in longitudinaler Richtung, bis die Energiedichte unter eine kritische Energiedichte ϵ_0 fällt und fragmentiert erst dann. Nach der Fragmentation der Strings kann es zu weiteren Kollisionen zwischen den Teilchen kommen, wenn der Abstand klein genug wird. Diese sekundären Wechselwirkungen werden ebenfalls durch den Prozeß der Cluster-Bildung beschrieben.

4.2.3 Das Molekular-Dynamik-Modell: RQMD

Das *Relativistic Quantum Molecular Dynamics*-Modell (RQMD) wurde 1989 zur Beschreibung von Kern-Kern-Reaktionen vorgeschlagen [Sor89]. Es beruht zu großen Teilen auf dem im Abschnitt 4.2.1 beschriebenen LUND-Modell, enthält aber Beschreibungen für Hadron-Hadron- und Kern-Kern-Reaktionen, die es signifikant vom LUND-Modell unterscheiden.

Genau wie FRITIOF kann es, wenn der Abstand klein genug wird ($d \leq \sqrt{\sigma/\pi}$), zu einer Reaktion zwischen zwei Teilchen kommen. Eine Verbesserung gegenüber dem LUND-Modell ist die Berücksichtigung von sekundären Wechselwirkungen zwischen den Teilchen nach den primären Nukleon-Nukleon-Reaktionen. Diese Wechselwirkungen berücksichtigen experimentell gemessene hadronische Wirkungsquerschnitte⁴, was bei RQMD zu einer guten Beschreibung eben dieser Prozesse führt.

Auch die Strings können vor ihrer Fragmentation miteinander wechselwirken. Anders als im Dual-Parton-Modell VENUS findet diese Wechselwirkung der Strings nicht nach der Fragmentation statt, sondern die Strings als solche reagieren miteinander, sobald sie sich überlagern. Aus diesen Strings bildet sich ein sogenanntes *color rope*⁵, das dann fragmentiert [Sor92].

Auch die Partonenverteilung im Nukleon wurde gegenüber FRITIOF verändert, so daß die Teilchenproduktion besser mit gemessenen Größen übereinstimmt.

4.3 Realisierung der Modelle

Die Berechnung von Größen, wie der Anzahl von produzierten Teilchen oder Energiespektren, ist in den hier beschriebenen Modellen nicht mehr analytisch möglich. Die Berechnung von Meßgrößen aus den Modellen erfordert das Lösen von Integralen und die Beschreibung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen. In allen Modellen wird die sogenann-

⁴In RQMD ist zum Beispiel der inelastische Wirkungsquerschnitt für $N \pi$ inklusive der Winkelverteilung enthalten.

⁵Dieser Begriff soll den Zusammenschluß mehrerer Strings verbildlichen.

te *Monte-Carlo-Methode* verwendet, um diese Aufgaben zu lösen. Bei diesem Verfahren werden mehrdimensionale Integrale durch die Summation über zufällig verteilte Stützstellen vorgenommen (dies wird auch als *Sampling* bezeichnet), was zu einer schnelleren Konvergenz der Berechnung als bei anderen Verfahren führen kann [Sok89]. Ein anderes Problem, das durch die Monte-Carlo-Methode handhabbar wird, ist die Erzeugung von Zufallsgrößen nach einer vorgegebenen Verteilung, wie es zum Beispiel bei der Beschreibung des Zerfalls von Teilchen nötig ist [Cas98].

Voraussetzung für die Verwendung der Monte-Carlo-Methoden ist das Vorhandensein eines Zufallszahlengenerators, mit dessen Hilfe sich gleichverteilte Zufallszahlen erzeugen lassen. Dies stellt ein Problem für die Realisierung der Modelle auf Rechnern da. Rechner, auf denen nur mit endlich vielen Nachkommastellen gerechnet werden kann, können nur sogenannte Pseudozufallszahlen berechnen, die sich nach einer endlichen Zahl von berechneten Zahlen wiederholen. Die Länge dieser Periode ist ein Maß für die Qualität eines solchen Zufallszahlengenerators. Typische Perioden liegen bei 2^{144} - 2^{518} , wobei die Geschwindigkeit, mit der die Pseudozufallszahlen berechnet werden können, mit Zunahme der Qualität abnimmt [Pre87]. Diese Perioden sind ausreichend, um die berechneten Pseudozufallszahlen für Berechnungen in Monte-Carlo Rechnungen zu verwenden.

4.4 Verwendung der Modelle

Alle in dieser Arbeit verwendeten Modelle haben bei der Beschreibung von hochenergetischen Kern-Kern-Reaktionen Vor- und Nachteile. So ist FRITIOF das einfachste Modell und eignet sich, da es eine inkohärente Überlagerung von Nukleon-Nukleon-Kollision ist, gut, um das Auftauchen neuer Effekte in den Meßergebnissen von Kern-Kern-Kollisionen zu beobachten. Das Modell VENUS bietet eine Beschreibung von Kern-Kern-Reaktionen auf einer theoretischen Basis, die mit nur wenigen internen Parametern auskommt. RQMD enthält eine Vielzahl von Anpassungen an experimentelle Daten, was eine gute Beschreibung liefern sollte.

Die Programme wurden ihren jeweiligen Möglichkeiten entsprechend eingesetzt, um die im WA98-Experiment gemessenen 158 AGeV Pb+Pb-Reaktionen möglichst genau zu beschreiben.

5. Zentralitätsklassen

Zur Untersuchung der globalen Observablen und kollektiver Bewegung in Pb+Pb-Reaktionen werden Reaktionssysteme unterschiedlicher Größe betrachtet, da sich die Reaktionsdynamik zwischen verschiedenen zentralen Reaktionen grundlegend ändern kann. Die Einteilung der Reaktionen in Zentralitätsklassen und damit eine Unterteilung in verschieden große Reaktionssysteme findet im Experiment und bei den Simulationen auf ähnliche Art und Weise statt.

Zur Einteilung von Reaktionen in Zentralitätsklassen können verschiedene Signale verwendet werden. Es kann sowohl die Multiplizität als auch die Energie der Reaktionen benutzt werden, um die Zentralität zu beschreiben. In dieser Arbeit werden die 158 AGeV Pb+Pb-Reaktionen mit Hilfe der Energien in Transversal- und Vorwärtsrichtung in Klassen eingeteilt. Die Berechnung der Energie der Reaktion wurde mit den Modellen VENUS, RQMD und FRITIOF durchgeführt, wobei die Akzeptanz der Detektoren und die Minimum-Bias-Trigger-Schwelle berücksichtigt wurden.

Bei den Rechnungen mit den verschiedenen Modellen wurde im wesentlichen gleich vorgegangen: Die Detektoren, mit denen E_T und E_F im WA98-Experiment gemessen wurden, wurden in einer vereinfachten Form mit den Modellen simuliert. Bei der Simulation der Detektoren wurde der von ihnen abgedeckte Winkelbereich und ihre Energieauflösung berücksichtigt; der modulare Aufbau der Detektoren ist nicht berücksichtigt worden. Außerdem wurde der Einfluß des Minimum-Bias-Triggers mit in der Simulation berücksichtigt.

Aus den mit den Modellen berechneten Energiespektren wurden dann Energieschwellen berechnet, die prozentualen Anteilen am Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitt¹ entsprechen. Diese Schwellen wurden in den weiteren Analysen verwendet, um die Pb+Pb-Reaktionen in Zentralitätsklassen einzuteilen.

5.1 Berechnung der Energie in ZDC und MIRAC

Die beiden Detektoren MIRAC und ZDC (siehe Abschnitt 3.1.2) dienen im WA98-Experiment zur Bestimmung der Transversalenergie E_T und der Energie in Vorwärtsrichtung E_F . Eine der einfachsten Forderungen, die an die Simulation der Detektoren gestellt werden kann, ist, daß die Simulation den selben Akzeptanzbereich für die Detektoren benutzt wie er im Experiment gegeben ist. Deshalb wurden für die Berechnung der

¹Damit ist der Wirkungsquerschnitt gemeint, der gemessen wird, wenn nur die Reaktionen berücksichtigt werden, bei denen der Minimum-Bias-Trigger gesetzt ist.

Energiespektren nur solche Teilchen verwendet, deren Bewegungsrichtung auch im Winkelbereich der Detektoren lag. Zum anderen haben die Detektoren eine Energieauflösung, was bedeutet, daß eine konstante Energie E auf einen Energiebereich abgebildet wird. Die Auflösungen der Energie, die in der Simulation der Detektoren verwendet wurden, sind so gewählt, daß eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten besteht. Die Ergebnisse der Simulationen der Kalorimeter sind in Abbildung 5.2 für das MIRAC und 5.3 für das ZDC dargestellt. Die Formen der Energiespektren lassen sich aus der Reaktionsgeometrie und dem Participant/Spektator-Modell verstehen: Bei großen Stoßparametern, das heißt peripheren Kollisionen, befindet sich ein großer Teil der Projektilnukleonen außerhalb des Überlappbereichs beider Kerne und nimmt nicht an der Reaktion teil. In diesem Fall wird die meiste Energie im Null-Grad-Kalorimeter ZDC deponiert, die Transversalenergie im MIRAC ist im Gegensatz dazu sehr klein. Bei zentralen Reaktionen ist die Situation genau entgegengesetzt. Die Transversalenergie erreicht ihren Maximalwert, und nur ein kleiner Teil der Energie gelangt in das ZDC, da fast alle Nukleonen aus der Strahlrichtung abgelenkt werden. Der Wert von E_F wird in diesem Fall hauptsächlich durch die Abbremsung des Reaktionssystems bestimmt. Aufgrund dieser ausgeprägten Antikorrelation zwischen E_T und E_F ist die geometrische Information, die im E_F -Spektrum enthalten ist, auch im Spektrum der transversalen Energie vorhanden. Der gaußförmige Abfall im E_T -Spektrum existiert aufgrund der Fluktuation der Anzahl an der Reaktion teilnehmender Nukleonen.

5.1.1 Minimum-Bias-Schwelle

Im WA98-Experiment gibt es eine Minimum-Bias-Schwelle (siehe Abschnitt 3.1.1), die entscheidet, ob eine Reaktion von einem Projektil mit einem Targetkern stattgefunden hat. Dieser Minimum-Bias-Trigger wird hauptsächlich durch das Überschreiten einer Schwelle der mit dem MIRAC gemessenen Transversalenergie gesetzt. Diese Schwelle wurde in den Simulationen so gewählt, daß der Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitt dem experimentellen entspricht.

Dabei wurde der Wirkungsquerschnitt unter der Annahme berechnet, daß für kleine Stoßparameter die sehr gute Näherung $\sigma = \pi b^2$ gültig ist. Diese Näherung bedeutet, daß es für kleine Stoßparameter b die Nukleonendichte so groß ist, daß die Kollision der Bleikerne als Kollision zweier fester Kugeln beschrieben werden kann. Die verwendete Näherung gibt in diesem Fall den totalen Wirkungsquerschnitt wieder. Damit folgt für den differentiellen Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{db} = 2\pi b \quad (5.1)$$

Wie man in Abbildung 5.1 erkennen kann, ist diese Näherung für Stoßparameter $b < 10$ fm gültig. Mit einer E_T -Schwelle von $E_T > 4.5$ GeV ergibt sich ein Minimum-Bias-

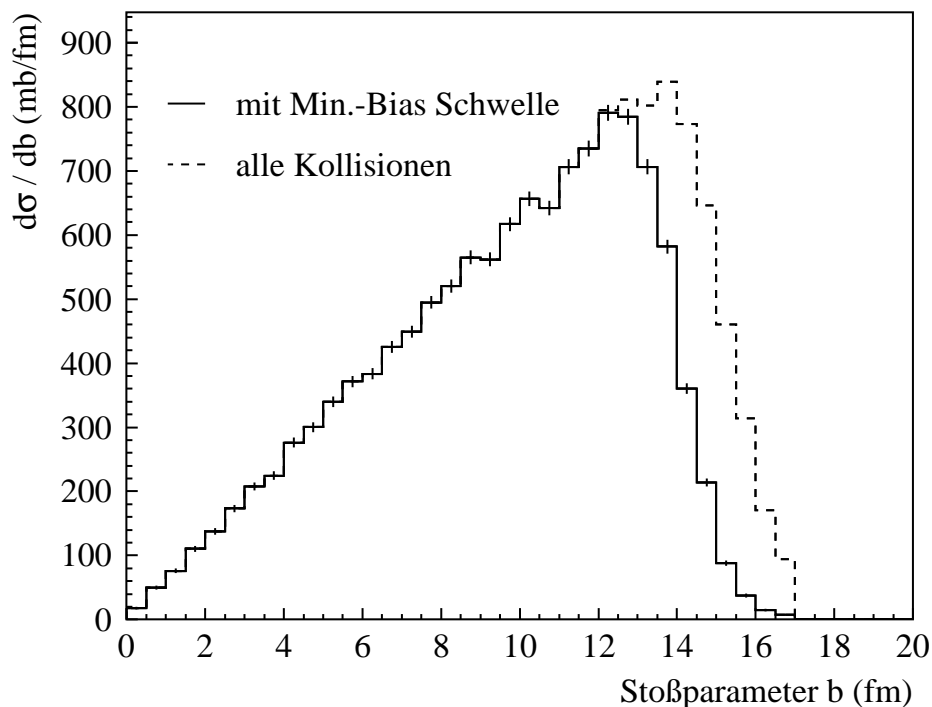


Abbildung 5.1: Eine Minimum-Bias-Schwelle von 4.5 GeV kann den gemessenen Wirkungsquerschnitt gut reproduzieren. Dargestellt ist der mit VENUS 4.12 berechnete differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/db$ sowohl mit als auch ohne Berücksichtigung einer Minimum-Bias-Schwelle.

Wirkungsquerschnitt von $\sigma_{mb} = (6313 \pm 63)$ mb, was gut mit dem experimentellen von $\sigma_{exp} = (6262 \pm 1)$ mb übereinstimmt [Rey99].

5.1.2 Bestimmung der Auflösung

Neben dem Minimum-Bias-Trigger wurde auch die Energieauflösung der Detektoren in die Simulation der Energieverteilungen integriert. Es wurde versucht, eine Auflösung zu finden, die die simulierten Energieverteilungen an die gemessenen Verteilungen anpaßt. Für die Simulation des MIRAC wurde eine Auflösung von:

$$\sigma_{E,had}/E = 17.9\%/\sqrt{E/\text{GeV}} \quad \text{und} \quad (5.2)$$

$$\sigma_{E,elm}/E = 46.1\%/\sqrt{E/\text{GeV}} \quad (5.3)$$

angenommen. Die so simulierte Energieverteilung im MIRAC entspricht der gemessenen im Energiebereich bis $E_T < 330$ GeV gut. Für sehr zentrale Reaktionen wird die Abweichung größer (siehe Abbildung 5.2 oben).

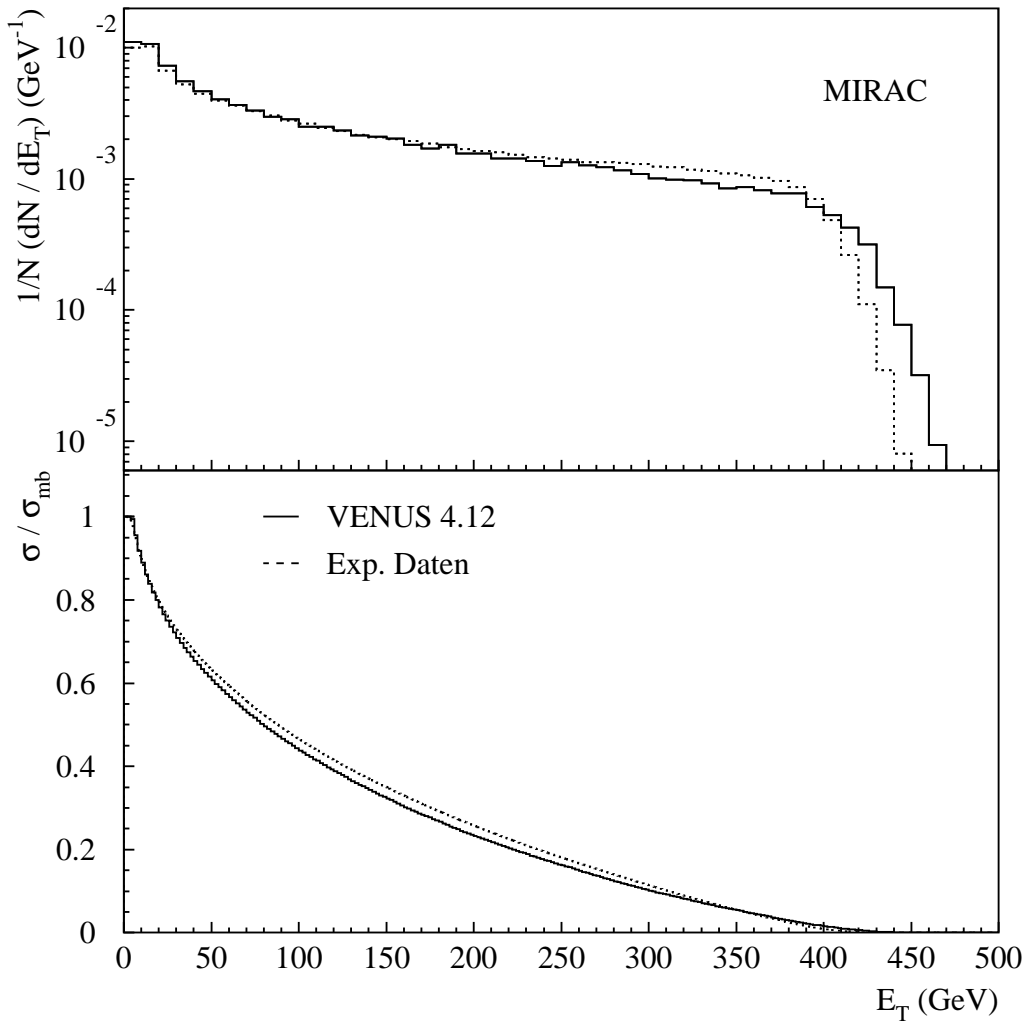


Abbildung 5.2: Die unter den in Abschnitt 5.1 beschriebenen Einschränkungen berechnete transversale Energie E_T im MIRAC. Im unteren Teil der Abbildung ist der Anteil am Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitt als Funktion der Energie E_T aufgetragen. Der Vergleich mit der im Experiment bestimmten Verteilung aus [Rey99] zeigt eine gute Übereinstimmung.

Zur Simulation der ZDC-Energieverteilung wurde zusätzlich zur energieabhängigen Auflösung noch ein konstanter Beitrag von 2.2% eingefügt:

$$\sigma_E/E = 2.2\% + 80.0\%/\sqrt{E/\text{GeV}} \quad (5.4)$$

, was die Beschreibung der Energieverteilung verbesserte (siehe Abbildung 5.3 oben). Hier wird die Energieverteilung im Energiebereich bis $E_F < 25$ TeV gut beschrieben. Im

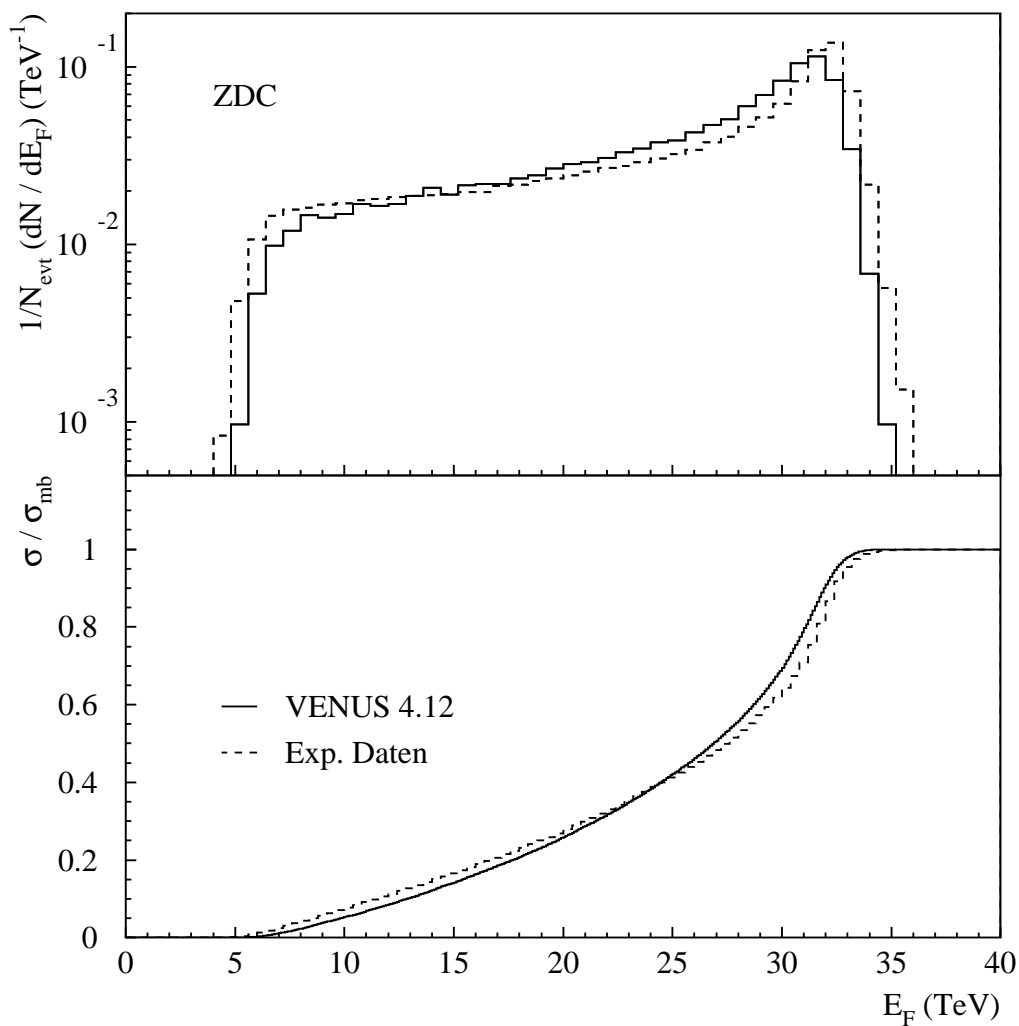


Abbildung 5.3: Energieverteilung für das ZDC unter den in Abschnitt 5.1 gefundenen Bedingungen. Im Bereich peripherer Reaktionen ist die Übereinstimmung mit den experimentellen Daten nicht gut. Im unteren Teil der Abbildung ist die Abhängigkeit des Anteils am Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitt von der Energie in Vorwärtsrichtung (E_F) wiedergegeben.

Bereich peripherer Reaktionen kommt es zu einer stärkeren Abweichung vom gemessenen Energiespektrum. Dies kann zum einen an einer Nichtlinearität der Antwort des ZDC auf die verschiedenen Energien liegen, zum anderen aber auch an möglichen Veränderungen des Detektors über die Zeit.

5.2 Einteilung der Zentralitätsklassen

Nachdem die experimentellen Gegebenheiten des WA98-Experiments nachgebildet wurden, können die Energiespektren des MIRAC und des ZDC benutzt werden, um die Pb+Pb-Reaktionen in Zentralitätsklassen einzuteilen. Zur Einteilung werden Energieschwellen berechnet, die prozentualen Anteilen am Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitt entsprechen. Dies hat den Vorteil, daß die mit dieser Einteilung der Pb+Pb-Reaktionen gemessenen Größen mit den experimentellen direkt verglichen werden können. Wenn dieselben Energieschwellen verwendet werden wie bei der Analyse der experimentellen Daten, vergleicht man Reaktionen mit unterschiedlicher Zentralität, da die Energiespektren nicht völlig gleich sind (siehe Abbildungen 5.2 und 5.3).

Bruchteile des Wirkungsquerschnitts

Um eine möglichst genaue Einteilung der Reaktionen in Zentralitätsklassen zu erhalten, wurden die Reaktionen in 21 Klassen eingeteilt. Jede dieser Klassen beinhaltet 5% des Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitts. Die zentralsten 5% der Reaktionen wurden weiter unterteilt, in eine Klasse, die 1% und eine weitere, die die nächsten 4% der zentralsten Reaktionen enthält.

Die kollektive Bewegung der Protonen und positiven Pionen wird unter anderem auf eine Zentralitätsabhängigkeit hin untersucht. Die 21 Zentralitätsklassen erscheinen aber zu fein, um eine aussagekräftige Analyse durchführen zu können. Sie werden daher zu sechs neuen zusammengefaßt. Jede dieser Zentralitätsklassen enthält 20% σ_{mb} . Die zentralsten Reaktionen wurden nochmals in zwei Klassen eingeteilt, die jeweils 10% σ_{mb} beinhalten. Für die mit der Simulation des MIRAC berechnete Energie ist eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten festzustellen (siehe Abbildung 5.2 oben). Im unteren Teil der Abbildung 5.2 ist der Anteil des Wirkungsquerschnitts am Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitt σ/σ_{mb} in Abhängigkeit von der transversalen Energie E_T dargestellt. Der Vergleich der Bruchteile des Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitts aus experimentellen und simulierten Daten (siehe Abbildung 5.2 unten) zeigt, daß die Abhängigkeit der Bruchteile von der transversalen Energie in den Simulationen gut reproduziert werden kann.

Bei der Simulation der Energieverteilung des ZDC ergaben sich Probleme bei der Beschreibung der experimentellen Daten, die zu einer schlechteren Übereinstimmung besonders im Energiebereich peripherer ($E_F > 25$ TeV) Pb+Pb-Reaktionen führen. Diese Abweichung zeigt sich auch in der Abhängigkeit des Bruchteils des Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitts von E_F .

6. Skalierungsverhalten globaler Observablen

Mit dem Begriff *Skalierungsverhalten* wird die Änderung einer Meßgröße beim Wechsel zu einem anderen Skalenbereich bezeichnet. Bei dem Skalierungsverhalten, das hier untersucht wird, wird die Änderung globaler Observablen in unterschiedlichen Zentralitätsklassen analysiert. Dazu werden drei Größen betrachtet, die das Wesen der Schwerionenkollisionen besonders gut beschreiben: Die Transversalenergie, die Anzahl von Photonen und die der geladenen Teilchen, welche in den Reaktionen produziert werden. Das Skalierungsverhalten wurde schon bei anderen Experimenten mit geringeren Energien und kleineren Reaktionssystemen analysiert. Eine Änderung des Verhaltens ist ein Hinweis auf eine veränderte Reaktionsdynamik in den 158 AGeV Pb+Pb-Reaktionen. Diese Veränderung könnte damit ein Zeichen für das Entstehen eines QGP sein. In Abschnitt 6.1 wird näher auf die Informationen eingegangen, die das Skalierungsverhalten über die Reaktionsdynamik liefern kann.

Die Größe des Reaktionssystems wird durch die Anzahl der an der Reaktion teilnehmenden Nukleonen, den Participants (N_{part}), und der binären Kollisionen¹ (N_{coll}) festgelegt. In Abbildung 6.1 ist die Reaktion zweier Kerne in einem einfachen geometrischen Modell dargestellt.

Zur Berechnung der Anzahl der Participants und Kollisionen wird das Modell VENUS verwendet, das sekundäre Wechselwirkungen und energieabhängige Wirkungsquerschnitte enthält (siehe Kapitel 4). Diese Eigenschaft ermöglicht eine realistischere Beschreibung der Reaktionsdynamik als rein geometrische Modelle. Um den Wert der globalen Observablen unabhängig von der Akzeptanz der verwendeten Detektoren zu charakterisieren und die Ergebnisse mit anderen Experimenten vergleichen zu können, wird das Maximum der entsprechenden Pseudorapiditätsverteilungen berechnet.

Im WA80-Experiment wurde in Reaktionen, bei denen ^{16}O und ^{32}S als Projektile dienen, ein potenzartiges Skalierungsverhalten der Maxima beobachtet [Alb91]. Der Anstieg der Meßgrößen mit N_{part} und N_{coll} kann durch die Gleichungen:

$$\left. \frac{dX}{d\eta} \right|_{max} \propto N_{part}^{\alpha_p} \quad (6.1)$$

$$\left. \frac{dX}{d\eta} \right|_{max} \propto N_{coll}^{\alpha_c} \quad (6.2)$$

¹Die binären Kollisionen sind die Kollisionen, die zwischen den Nukleonen des Projektil- und Targetkerns stattfinden.

beschrieben werden. Dabei steht X für eine der globalen Observablen. Die Ergebnisse des WA80-Experiments motivierten die Untersuchungen bei schwereren Kernen, da sich die Reaktionsdynamik in solchen Systemen grundlegend ändern kann. Diese Untersuchungen wurden im WA98-Experiment für Pb+Pb-Reaktionen vorgenommen [Rey99]. Es zeigt sich, daß das potenzartige Anwachsen, das mit Gleichung (6.1) und (6.2) beschrieben wird, auch im WA98-Experiment gemessen wird. In Tabelle 6.1 sind die Skalierungsexponenten α_p und α_c zusammengefaßt.

	α_p	α_c
<i>transversale Energie</i>	1.08 ± 0.01	0.83 ± 0.01
<i>geladene Teilchen</i>	1.08 ± 0.02	0.83 ± 0.02
<i>Photonen</i>	1.03 ± 0.04	0.80 ± 0.03

Tabelle 6.1: Im WA98-Experiment gemessene Werte für die Skalierungsexponenten der Potenzgesetze (6.1) und (6.2) [Rey99]. Die angegebenen Unsicherheiten beziehen sich auf die Ungenauigkeit bei der Anpassung der Gleichungen an die Meßdaten.

6.1 Wounded-Nucleon-Modell

Die Anzahl der binären Kollisionen N_{coll} und der teilnehmenden Nukleonen N_{part} bestimmt die Größe des Reaktionssystems, da die binären Kollisionen die Grundlage der Schwerionenreaktionen bilden.

Betrachtet man die Kollision zweier Kerne als die inkohärente Überlagerung von Nukleon-Nukleon-Reaktionen, so ist die Anzahl produzierter Teilchen proportional zur Anzahl der Kollisionen zwischen den Nukleonen, wenn Energieverluste zwischen den Kollisionen vernachlässigt werden. Dies entspricht einem Wert $\alpha_c = 1$ in Gleichung (6.2).

Bei der Untersuchung von Kernreaktionen mit ^{16}O und ^{32}S wurde im WA80-Experiment jedoch ein anderes Verhalten gefunden [Alb91]. Bei diesen Reaktionssystemen wurde ein Potenzgesetz mit einem Skalierungsexponenten $\alpha_p \approx 1$ gefunden. Dieses Verhalten wird durch das sogenannte *Wounded-Nucleon-Modell* beschrieben [Bia76]: Ein Nukleon gilt als „verwundet“, wenn es eine oder mehrere inelastische Kollisionen mit anderen Nukleonen erfährt. Die Fragmentation dieser Nukleonen erzeugt die beobachteten sekundären Hadronen. Bei hohen Energien ist die Zeit, die ein Projektilnukleon benötigt, um sich durch den Targetkern zu bewegen, viel kürzer als die Zeit, die benötigt wird, um Informationen über seine räumliche Ausdehnung hinaus zu transportieren. Aus diesem Grund beeinflußt die Zahl der Verwundungen nicht die anschließende Produktion von sekundären Teilchen.

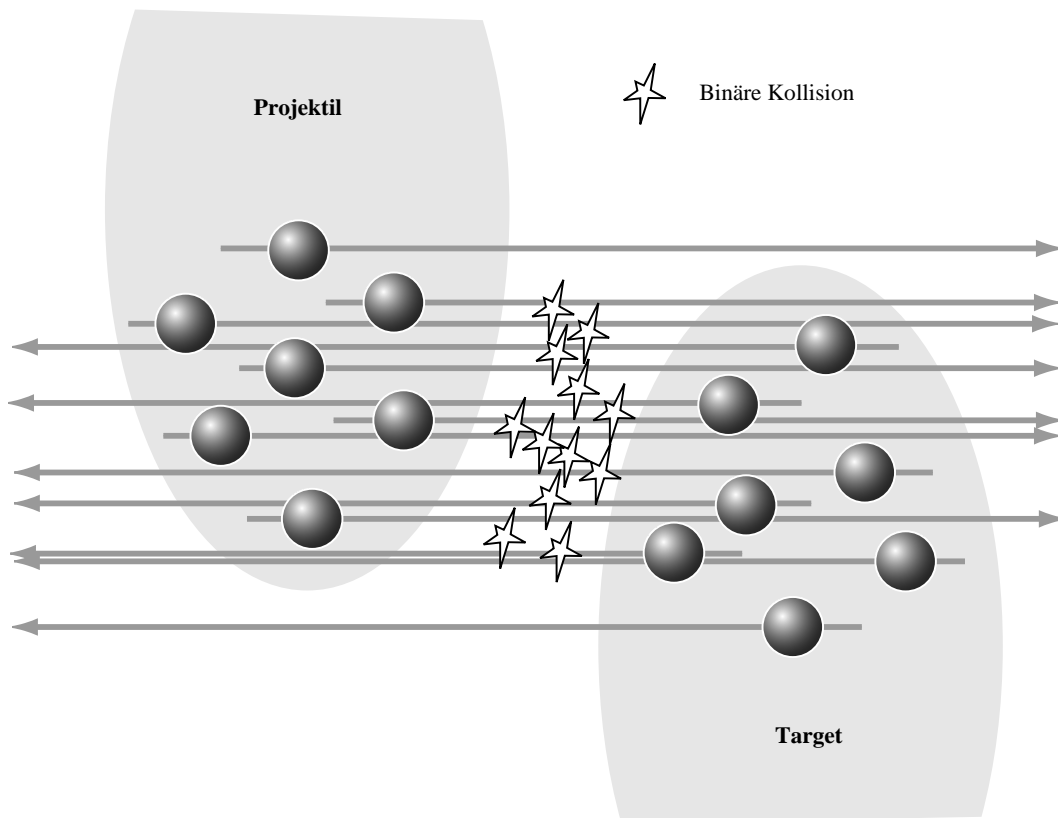


Abbildung 6.1: Dargestellt ist die Reaktion zweier Kerne, wobei die Nukleonen durch graue Kugeln symbolisiert werden. In einem einfachen geometrischen Bild bewegen sich die Nukleonen auf geraden Trajektorien und kollidieren miteinander, wenn ihr Abstand unterhalb einer bestimmten Schwelle liegt. Die Stöße zwischen den Nukleonen sind durch Sterne angedeutet. Die Summe über alle Nukleonen, die mindestens einen Stoß mit einem anderen Nukleon erfahren, wird als N_{part} bezeichnet. N_{coll} ist die Gesamtzahl aller Kollisionen zwischen den Nukleonen. In der Abbildung ist der Fall $N_{part} = N_{coll} = 12$ dargestellt.

In diesem Modell wird ein Skalieren der Transversalenergie und der Teilchenmultiplizitäten mit der Anzahl der Participants erwartet. Durch den Skalierungsexponenten wird dies mit $\alpha_p = 1$ in Gleichung (6.1) ausgedrückt.

6.2 Berechnung der Anzahl von Participants und Kollisionen

Zur Berechnung der Anzahl von Participants und Kollisionen in den verschiedenen Zentralitätsklassen werden häufig sogenannte *Glauber-Rechnungen* verwendet. In diesen Rechnungen werden die Kerne durch ihre Nukleonendichte beschrieben, der inelastische Wirkungsquerschnitt der Nukleonen wird als konstant angenommen. Die Zahl der Participants und Kollisionen wird aus der Faltung von Target- und Projektilkerndichten berechnet. Eine genauere Beschreibung ist zum Beispiel in [Won94] gegeben. Häufig wird die numerische Berechnung der Faltungsintegrale durch Verwendung von Monte-Carlo-Methoden erleichtert.

Bei der Bestimmung der Anzahl von Participants und Kollisionen mit Hilfe dieser Rechnungen ist es schwierig, Einschränkungen, wie sie vom experimentellen Aufbau gemacht werden, zu berücksichtigen. Um diese Einschränkungen in der Bestimmung von N_{part} und N_{coll} zu berücksichtigen, werden die Berechnungen dieser Größen mit VENUS durchgeführt. Wie im Kapitel 5 beschrieben wurde, sind die Beschränkungen der Energieauflösung und des Minimum-Bias-Triggers in die Bestimmung der Zentralitätsklassen eingeflossen. Innerhalb jeder dieser Zentralitätsklassen sind nun die Werte von N_{part} und N_{coll} berechnet worden (siehe Anhang B).

Diese Werte werden in Abschnitt 6.3 verwendet, um das Skalierungsverhalten der globalen Observablen mit zunehmender Zentralität zu untersuchen. In den folgenden Abschnitten wird die systematische Unsicherheit bei der Berechnung von N_{part} und N_{coll} untersucht. Dabei wird der Einfluß der Nukleonendichte, der verwendeten Energieauflösung, der Minimum-Bias-Schwelle und der Modellannahmen analysiert. Bei diesen Untersuchungen wird darauf geachtet, daß der Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitt konstant und mit dem experimentellen konsistent bleibt, damit eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse gewährleistet ist. Eine Ausnahme bildet die Untersuchung der Minimum-Bias-Schwelle. Ziel dieser Analyse ist es ja, die Wirkung eines anderen Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitts zu beschreiben.

6.2.1 Einfluß der Nukleonendichte

Zur Verteilung der Nukleonen im Kern wird im Programm VENUS eine Woods-Saxon-Verteilung der Nukleonen angenommen²:

$$\rho_{VENUS}(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r-r_0}{a}\right)}, \quad (6.3)$$

²Diese Parametrisierung der Kerndichte wurde aus der Anpassung an Ladungsverteilungen über einen größeren Bereich von Massenzahlen berechnet und gibt damit eine allgemeinere Form der Nukleonendichte wieder.

mit

$$a = 0.54 \quad \text{und} \quad r_0 = 1.19A^{1/3} - 1.61A^{-1/3}$$

Für ^{208}Pb ist $r_0 \approx 6.78$ fm. Die Konstante ρ_0 wird so bestimmt, daß

$$\int_0^{\infty} 4\pi r^2 \rho(r) dr = 1$$

gilt. Um die systematische Unsicherheit der Werte von N_{part} und N_{coll} abschätzen zu können, wurde die Anzahl der Participants und Kollisionen ein weiteres Mal mit einer anderen Nukleonendichte berechnet. Als Kerndichteverteilung wurde eine Verteilung gewählt, die an eine experimentelle Kernladungsverteilungen von ^{208}Pb angepaßt wurde. Diese Kernladungsverteilung wurde aus der Streuung von Elektronen an Bleikernen bestimmt [Fro77]. Die Ladungsverteilung läßt sich parametrisieren durch:

$$\rho_{nucl}(r) = \rho_0 \frac{c_1 + c_2 r + c_3 r^2}{1 + \exp\left(\frac{r-r_0}{a}\right)} \quad (6.4)$$

mit den Parametern

$$\begin{aligned} c_1 &= 0.0633 & c_2 &= -0.002045 & c_3 &= 0.000566 \\ r_0 &= 6.413 & a &= 0.5831. \end{aligned}$$

In Abbildung 6.2 sind die beiden Verteilungen gezeigt, die zur Berechnung der Werte von N_{part} und N_{coll} und den entsprechenden Werten N_{part}^{nucl} und N_{coll}^{nucl} mit der Nukleonendichte $\rho_{nucl}(r)$ benutzt wurden. Beide Verteilungen sind auf ihr Integral hin normiert worden. Es kann erkannt werden, daß die Dichte, die in der Grundeinstellung von VENUS benutzt wird, für Kernradien mit $r < 6.5$ fm unterhalb von $\rho_{nucl}(r)$ liegt. Zur Berechnung der Anzahl der Participants und Kollisionen wurde im Programmcode des Modells VENUS die Nukleonendichte $\rho_{VENUS}(r)$ durch $\rho_{nucl}(r)$ ersetzt.

Zum Vergleich der Anzahl der Participants und Kollisionen miteinander und um daraus die systematische Unsicherheit abzuschätzen zu können, wurde die relative Differenz

$$\Delta N_x = \frac{N_x - N_x^{nucl}}{N_x} \quad \text{mit} \quad x = part, coll \quad (6.5)$$

bezüglich der Werte N_{part} und N_{coll} berechnet. In Abbildung 6.3 ist diese Differenz dargestellt. Bei zentralen Reaktionen unterhalb von 50 % des Minimum-Bias-Querschnitts ist die Anzahl der Kollisionen N_{coll}^{nucl} größer als N_{coll} . Die Anzahl der Participants bleibt fast unverändert. Dies bedeutet eine Erhöhung der Kollisionen pro Participant. Im zentralen Bereich ist die Kerndichte $\rho_{VENUS}(r)$ geringer als $\rho_{nucl}(r)$, daher finden weniger Stöße

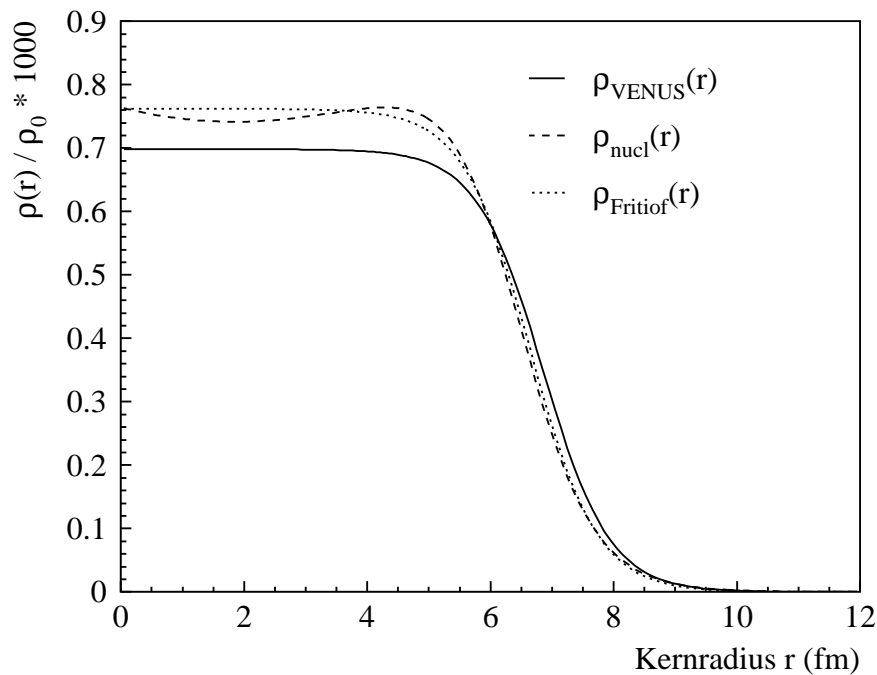


Abbildung 6.2: Die in den Berechnungen von N_{part} und N_{coll} verwendeten Nukleonendichten mit normiertem Integral. Die in der Grundeinstellung von VENUS verwendete Dichte konzentriert die Nukleonen am schwächsten. Der Unterschied zu der in FRITIOF verwendeten und in der Messung der Ladungsverteilung von ^{208}Pb in [Fro77] gefundenen Nukleonendichte ist unwesentlich.

statt. Die Dichte ist aber hoch genug, so daß N_{part}^{nucl} sich nicht ändert. Die Anzahl der Kollisionen gleicht sich immer weiter an beim Übergang zu periphereren Reaktionen, da die absolute Differenz der Kerndichten immer kleiner wird. Das Übersteigen der Anzahl der Kollisionen N_{coll} bei peripheren Reaktionen im Bezug auf N_{coll}^{nucl} spiegelt das Verhalten der Nukleonendichte im peripheren Bereich wieder.

Betrachtet man alle Zentralitätsklassen, so kann man die Unsicherheit bei der Berechnung der Werte von N_{part} und N_{coll} mit $\approx 1\%$ für N_{part} und 2-3 % für N_{coll} abschätzen.

6.2.2 Einfluß der Energieauflösung

Neben der Unsicherheit bei der Verteilung der Nukleonen im Kern gibt es zusätzlich eine Unsicherheit bei der Berücksichtigung der Energieauflösung. Die in Abschnitt 5.1.2 benutzte Auflösung stellt eine Anpassung der Energiespektren an im WA98-Experiment gemessene dar. Die verwendete Auflösung beschrieb die gemessenen Energiespektren nicht

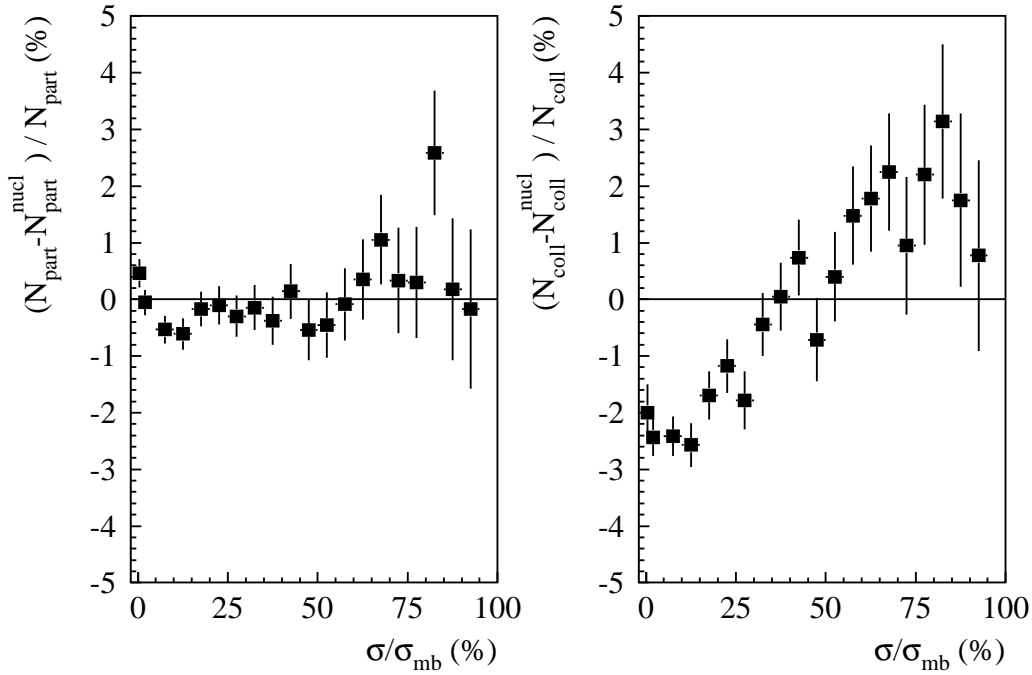


Abbildung 6.3: Die Simulation der Pb+Pb-Reaktionen wurde mit VENUS für verschiedene Nukleonendichten durchgeführt. Zum einen mit der Grundeinstellung von VENUS, beschrieben durch Gleichung (6.3), zum anderen mit der in [Fro77] gefundenen und durch Gleichung (6.4) parametrisierten Dichte. In beiden Fällen wurden N_{part} und N_{coll} berechnet. Hier ist die relative Abweichung der mit der Nukleonendichte (6.4) berechneten N_{part}^{nucl} und N_{coll}^{nucl} zu den in der Analyse verwendeten Werten N_{part} und N_{coll} gegen die Zentralität aufgetragen. Die Zentralität ist gegeben als der Bruchteil des Wirkungsquerschnitts am Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitt.

völlig und ist deshalb eine weitere Quelle für Unsicherheiten. Um den Einfluß dieser Unsicherheit auf die Bestimmung von N_{part} und N_{coll} zu ermitteln, wurden die Energieauflösungen verändert. Die Energieauflösung des ZDC wurde auf

$$\frac{\sigma}{E} = 2.5\% + \frac{95\%}{\sqrt{E/\text{GeV}}} \quad (6.6)$$

gesetzt und die des MIRAC auf

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{85\%}{\sqrt{E/\text{GeV}}} \quad (6.7)$$

für den elektromagnetischen und den hadronischen Anteil. Die Energieauflösungen werden so variiert, daß sich die Energiespektren des MIRAC und des ZDC in gleicher Weise

ändern. Die Veränderung der Energiespektren ist besonders groß für hohe Energien, da die absolute Energieauflösung mit der Energie ansteigt. Um die Veränderung der Energiespektren durch die Verschlechterung der Energieauflösung zu beschreiben, wird die Differenz der Energiespektren gebildet und an den Bereich hoher Energien eine Gaußverteilung angepaßt. Die relative Standardabweichung ist ein einheitenloses Maß für die Änderung der Verteilung³. Mit der verschlechterten Auflösung ergibt sich für das MIRAC eine relative Standardabweichung von $\sigma/\mu = 6\%$, beim ZDC ist sie $\sigma/\mu = 8\%$.

Mit diesen Energieauflösungen wurden die Werte N_{part}^{reso} und N_{coll}^{reso} neu bestimmt. Zum Vergleich mit N_{part} und N_{coll} wird die relative Differenz, wie durch Gleichung (6.5) beschrieben, berechnet. In Abbildung 6.4 ist diese Differenz wiedergegeben. Beim MIRAC und beim ZDC machen sich die relativen Veränderungen von N_{part}^{reso} und N_{coll}^{reso} besonders in peripheren Reaktionen bemerkbar, da in diesen Fällen die absoluten Werte klein sind und eine kleine Beimischung von zentraleren Reaktionen eine größere Änderung der relativen Differenz bewirkt. Bei den Ergebnissen des MIRAC und des ZDC läßt sich eine Zunahme sowohl von N_{part}^{reso} als auch N_{coll}^{reso} beobachten. Dies ist verständlich, da eine schlechtere Energieauflösung eine größere Durchmischung der Zentralitätsklassen verursacht. Im Fall vollständiger Durchmischung aller Klassen würde man in jeder Zentralitätsklasse denselben Wert für die Anzahl der Kollisionen und Participants erwarten.

Aus der Untersuchung des Einflusses der Auflösung auf die Bestimmung der Zahl der Participants und Kollisionen kann die systematische Unsicherheit bei der Berechnung im MIRAC zu 1%-2% für N_{part} und 2%-3% für N_{coll} bestimmt werden. Bei der Bestimmung mit dem ZDC kann die Unsicherheit mit 4 % für N_{part} und 6 % für N_{coll} abgeschätzt werden. Die Unsicherheit ist besonders im peripheren Bereich vorhanden. Für zentrale Reaktionen liegt die Unsicherheit unter 1%.

6.2.3 Einfluß der Minimum-Bias-Schwelle

Eine wichtige Voraussetzung, um Simulation und Experiment miteinander vergleichen zu können, ist die richtige Beschreibung des Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitts. Die systematische Unsicherheit, mit der dieser Wirkungsquerschnitt im Experiment bestimmt werden kann, beträgt 10%. Die Unsicherheit in den Simulationen ist etwas kleiner und beträgt etwa 2%. Die Auswirkung der systematischen Unsicherheit des Wirkungsquerschnitts auf die Anzahl der Participants und Kollisionen wird durch die Verringerung des Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitts um ungefähr 12% auf $\sigma_{mb} = (5525.8 \pm 41.7) \text{ fm}^2$ analysiert. Durch die Verringerung des Wirkungsquerschnitts werden Reaktionen der Bleikerne, an denen nur wenige Nukleonen beteiligt sind, unterdrückt. Dies hat zur Folge,

³Die relative Standardabweichung ist das Verhältnis aus Standardabweichung σ und Mittelwert μ . Sie wird als Maß der Veränderung verwendet, da sich aufgrund ihrer Skalunenabhängigkeit die unterschiedlichen Energiebereiche miteinander vergleichen lassen.

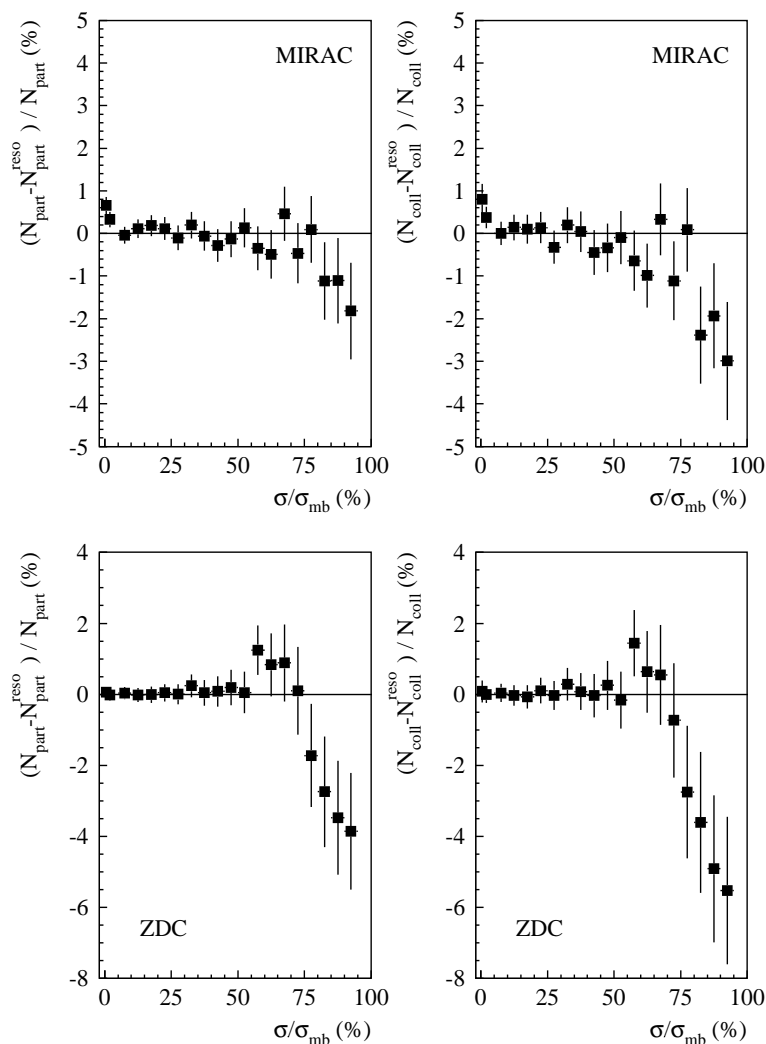


Abbildung 6.4: In dieser Abbildung ist die relative Abweichung der mit verschlechterter Auflösung berechneten N_{part}^{reso} und N_{coll}^{reso} -Werte von denen mit der besseren Auflösung berechneten N_{part} und N_{coll} als Funktion der Zentralität aufgetragen.

daß sich die Anzahl N_{part}^{bias} und N_{coll}^{bias} in den peripheren Reaktionen bis zu 80% größer sind als N_{part} und N_{coll} . Bei sehr zentralen Reaktionen liegt die Änderung bei 10% Prozent.

6.2.4 Einfluß der Modellannahmen in VENUS und FRITIOF

Zusätzlich zur Unsicherheit der Auflösung und der Nukleonendichte gibt es eine weitere Unsicherheit durch die Modellannahmen im Programm VENUS. Wie in Kapitel 4 be-

schrieben, beruhen die Modelle VENUS und FRITIOF auf unterschiedlichen Annahmen. Die systematische Unsicherheit, die durch die Benutzung des Modells VENUS entsteht, wird abgeschätzt, indem mit dem Modell FRITIOF die Anzahl der Participants $N_{part}^{Fritiof}$ und der binären Kollisionen $N_{coll}^{Fritiof}$ berechnet wird. Die Berechnung erfolgt dabei genauso wie in VENUS.

Für den Vergleich mit N_{part} und N_{coll} wurde das Modell FRITIOF in seinen Standardeinstellungen unter Berücksichtigung derselben Energieauflösung wie bei der Analyse der VENUS-Daten verwendet. Die Minimum-Bias-Schwelle wurde für die Analyse der FRITIOF-Daten neu bestimmt, so daß der Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitt dem im WA98-Experiment gemessenen entspricht. Zu den unterschiedlichen Modellvorstellungen in FRITIOF gehört auch eine andere Nukleonendichte als die in VENUS. Der Nukleonendichte in FRITIOF liegt eine Anpassung an Ladungsverteilungen zugrunde. Sie wird beschrieben durch:

$$\rho_{Fritiof}(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r-r_0A^{1/3}}{C}\right)} \quad (6.8)$$

mit

$$r_0 = 1.122 \quad \text{und} \quad C = 0.545$$

In Abbildung 6.2 ist diese Nukleonendichte dargestellt. Die Abbildung zeigt zusätzlich die Nukleonendichten $\rho_{VENUS}(r)$ und $\rho_{nucl}(r)$, die im Modell von VENUS benutzt wurden. Vergleicht man die Nukleonendichten, so erkennt man, daß $\rho_{Fritiof}(r)$ gut mit $\rho_{nucl}(r)$ übereinstimmt. Beide Verteilungen sind aus der Anpassung an gemessene ^{208}Pb -Ladungsverteilungen berechnet worden, jedoch mit einer unterschiedlichen Zahl von freien Parametern⁴.

Wie in den vorherigen Abschnitten wird zur Abschätzung der systematischen Unsicherheit die relative Differenz von $N_{part}^{Fritiof}$ und $N_{coll}^{Fritiof}$ bezüglich N_{part} und N_{coll} berechnet. Die Abweichung der Anzahl binärer Kollisionen und Participants ist in Abbildung 6.5 dargestellt. Die Anzahl der Kollisionen und Participants ist in VENUS größer und zeigt im Fall der Kollisionen eine Verschiebung zu höheren Werten. Im Bereich zentraler Kollisionen liegt die Differenz für die Participants bei 2 % und im peripheren bei 5 %. Für die Anzahl der binären Kollisionen kann die Differenz mit 10 % abgeschätzt werden.

Nimmt man alle hier untersuchten Quellen für Unsicherheiten zusammen, kann man die Gesamtunsicherheit der Participants mit 14% im Zentralitätsbereich bis 50% σ_{mb} und mit etwa 30% für peripherere Reaktionen angeben. Bei der Anzahl der binären Kollisionen ist die systematische Unsicherheit größer. Für zentrale Reaktionen beträgt die Unsicherheit

⁴Im Modell FRITIOF stehen für verschiedene Kerne unterschiedliche Parametrisierungen zur Verfügung. In VENUS werden alle Kerne durch dieselbe Parametrisierung beschrieben.

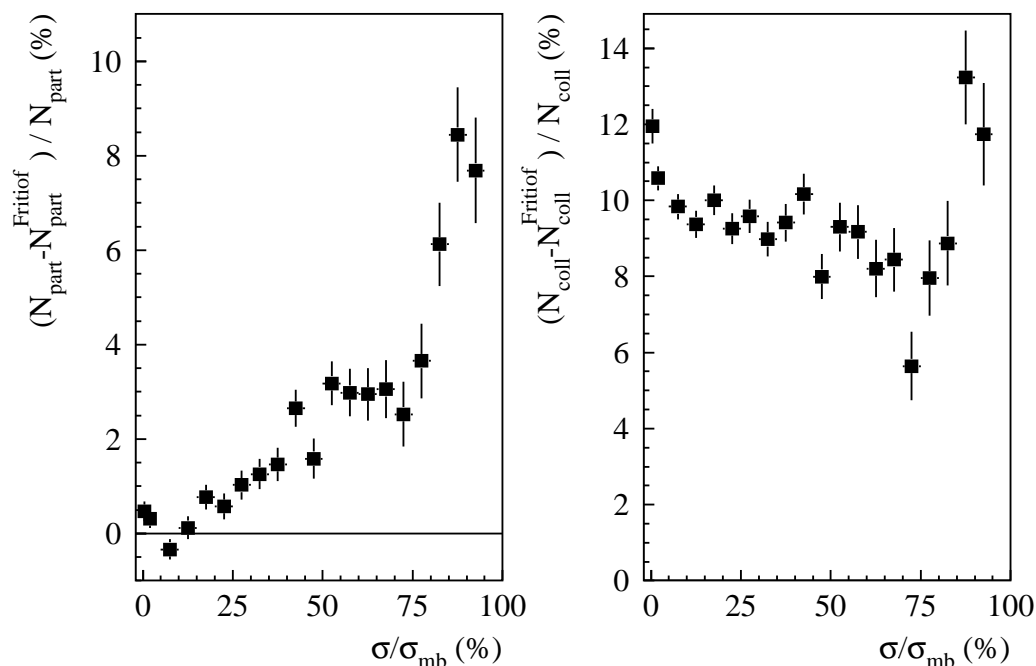


Abbildung 6.5: Wie im Text beschrieben, wurden die Werte von N_{part} und N_{coll} auch mit dem Modell FRITIOF berechnet. Hier ist die relative Differenz der mit FRITIOF berechneten Werte $N_{part}^{Fritiof}$ und $N_{coll}^{Fritiof}$ bezüglich der mit VENUS berechneten N_{part} und N_{coll} gegen die Zentralität aufgetragen.

22%, bei Reaktionen, die peripherer als 50% σ_{mb} sind, steigt die Unsicherheit auf 45%. Welche Auswirkungen diese Unsicherheiten auf den Skalierungsexponenten haben, wird im folgenden Abschnitt untersucht.

6.3 Skalierungsverhalten

Im Abschnitt 6.1 wurde das Wounded-Nucleon-Modell beschrieben, das das Skalierungsverhalten der globalen Reaktionsobservablen Transversalenergie, Anzahl der geladenen Teilchen und Photonen mit der Anzahl der Participants voraussagt. Inwieweit dieses Verhalten auch für Reaktionen des Systems Pb+Pb gilt, wird in diesem Abschnitt anhand von Simulationen mit VENUS untersucht.

Bei der Berechnung des Maximums der Pseudorapiditätsverteilungen der Observablen wurde die Annahme gemacht, daß sich die Verteilungen durch eine Gaußverteilung beschreiben lassen. Diese Annahme liefert bei der Analyse von ^{16}O - und ^{32}S -induzierten

Reaktionen eine gute Beschreibung der Daten [Alb91]. Um die Gaußverteilung an die Verteilung der Observablen anzupassen, wurde jeweils nur der Pseudorapiditätsbereich der Verteilung berücksichtigt, der dem Pseudorapiditätsbereich der Detektoren entspricht, mit dem diese Verteilungen im WA98-Experiment bestimmt wurden. Die Einschränkung des Pseudorapiditätsbereichs ist notwendig, um die Ergebnisse der Simulationen mit denen des WA98-Experiments direkt vergleichen zu können. In Abbildung 6.6 sind diese Anpassungen exemplarisch für fünf Zentralitätsklassen dargestellt⁵. Bei der Berechnung der Pseudorapiditätsdichte der Photonen wurde eine untere Schwelle des Transversalimpulses von $p_T = 180 \text{ MeV}/c$ angenommen, da der Photonennachweis bei der Analyse der Bleiglasdaten durch eine Transversalimpulsschwelle von $30 \text{ MeV}/c$ nach unten beschränkt ist und eine Unterscheidung von Photonen und Hadronen im Bereich von $30\text{--}180 \text{ MeV}/c$ kaum noch möglich ist. Die Beschreibung durch eine Gaußverteilung gelingt für $dN_{ch}/d\eta$ und $dN_\gamma/d\eta$ sehr gut. Für die Pseudorapiditätsverteilung der transversalen Energie ist bei der Beschreibung zu mittleren Rapiditäten hin eine Abweichung zu erkennen. Der Wert von χ^2 pro Freiheitsgrad der Anpassung liegt zwischen 0.2-0.3, wodurch die Anpassung mit einer Gaußverteilung jedoch gerechtfertigt ist. Durch die Bestimmung der maximalen Transversalenergie aus der Anpassung mit einer Gaußverteilung wird der tatsächliche Maximalwert in VENUS um etwa 15% unterschätzt.

Um das Skalierungsverhalten, das durch die Gleichungen (6.1) und (6.2) beschrieben wird, zu überprüfen, wurden die Maxima der Pseudorapiditätsdichten aus der Anpassung mit einer Gaußverteilung an E_T , N_{ch} und N_γ in einer doppeltlogarithmischen Darstellung gegen N_{part} und N_{coll} aufgetragen (siehe Abbildung 6.7). Für N_{ch} und N_γ wurden die mit dem MIRAC bestimmten Werte von N_{part} und N_{coll} genommen, da diese durch die bessere Energieauflösung des MIRAC genauer bestimmt sind. Um Autokorrelationen zu vermeiden, wurden für E_T die mit dem ZDC bestimmten Werte benutzt. Die Anpassung mit den Gleichungen (6.1) und (6.2) wurde für mehr als circa 100 Participants bzw. Kollisionen durchgeführt. Der Bereich, in dem die Anpassung erfolgte, ist in Abbildung 6.7 an der durchgezogenen Linie zu erkennen. Der Skalierungsexponent zeigt einen stärker als linearen Anstieg ($\alpha_p > 1$) bezüglich der Participants. In die angegebene Unsicherheit für diesen Skalierungsexponenten ist nur die Ungenauigkeit aus der Bestimmung der Maxima durch die Anpassung einer Gaußverteilung eingegangen. Der Vergleich dieser Skalierungsexponenten mit denen aus der Analyse der WA98-Daten (siehe Tabelle 6.1) zeigt, daß der Anstieg in der Simulation größer ist als im Experiment.

Die Skalierungsexponenten bezüglich N_{coll} sind kleiner als die Werte von α_p . Das relative Verhältnis untereinander ist aber dasselbe wie bei den Skalierungsexponenten bezüglich N_{part} . Dieses Verhalten kann durch folgende vereinfachende Überlegung verstanden wer-

⁵Die Anteile am Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitt, denen diesen Klassen entsprechen, sind in der Abbildung mitangegeben.

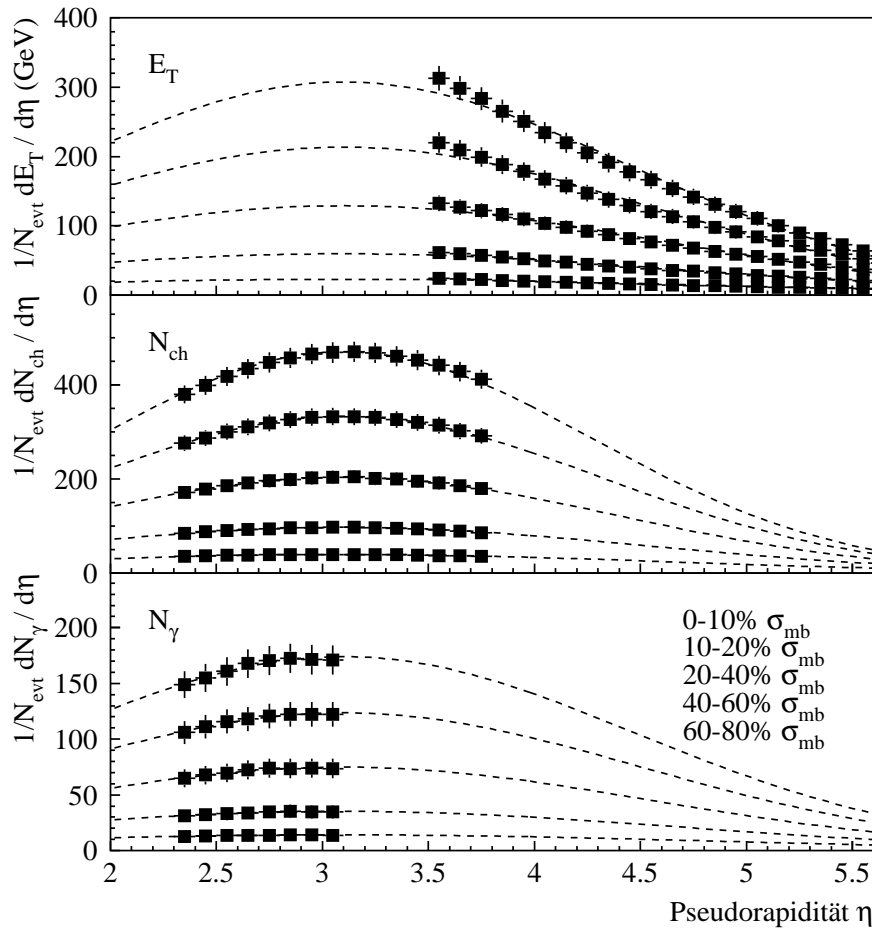


Abbildung 6.6: Die Pseudorapiditätsverteilungen der drei untersuchten Observablen sind in dem Bereich, in dem eine Gaußverteilung an sie angepaßt wurde, als Symbole dargestellt. Die gestrichelte Linie gibt den weiteren Verlauf der Gaußverteilung außerhalb dieses Bereiches wieder. Die Bereiche entsprechen dem Akzeptanzbereich des MIRAC, des SPMD und des LEDA. Zur besseren Übersicht wurden die 21 Zentralitätsklassen zu fünf zusammengefaßt.

den: Jedes teilnehmende Nukleon des Projektils kollidiert innerhalb eines Zylinder mit den Nukleonen im Targetkern. Die Länge dieses Zylinders ist proportional zu $N_{part}^{1/3}$. Die Anzahl aller binären Kollisionen im Reaktionssystem ist in diesem Modell:

$$N_{coll} \propto N_{part}^{\alpha_{cp}} \quad (6.9)$$

mit $\alpha_{cp} = 4/3$. Der Wert dieses Skalierungsexponenten ergibt sich als $\alpha_{cp}^{VENUS} = 1.28$ aus den mit VENUS berechneten Daten. Die Differenz von α_{cp}^{VENUS} zu $4/3$ kann aufgrund der Abweichung des Modells VENUS von der vereinfachenden Überlegung verstanden

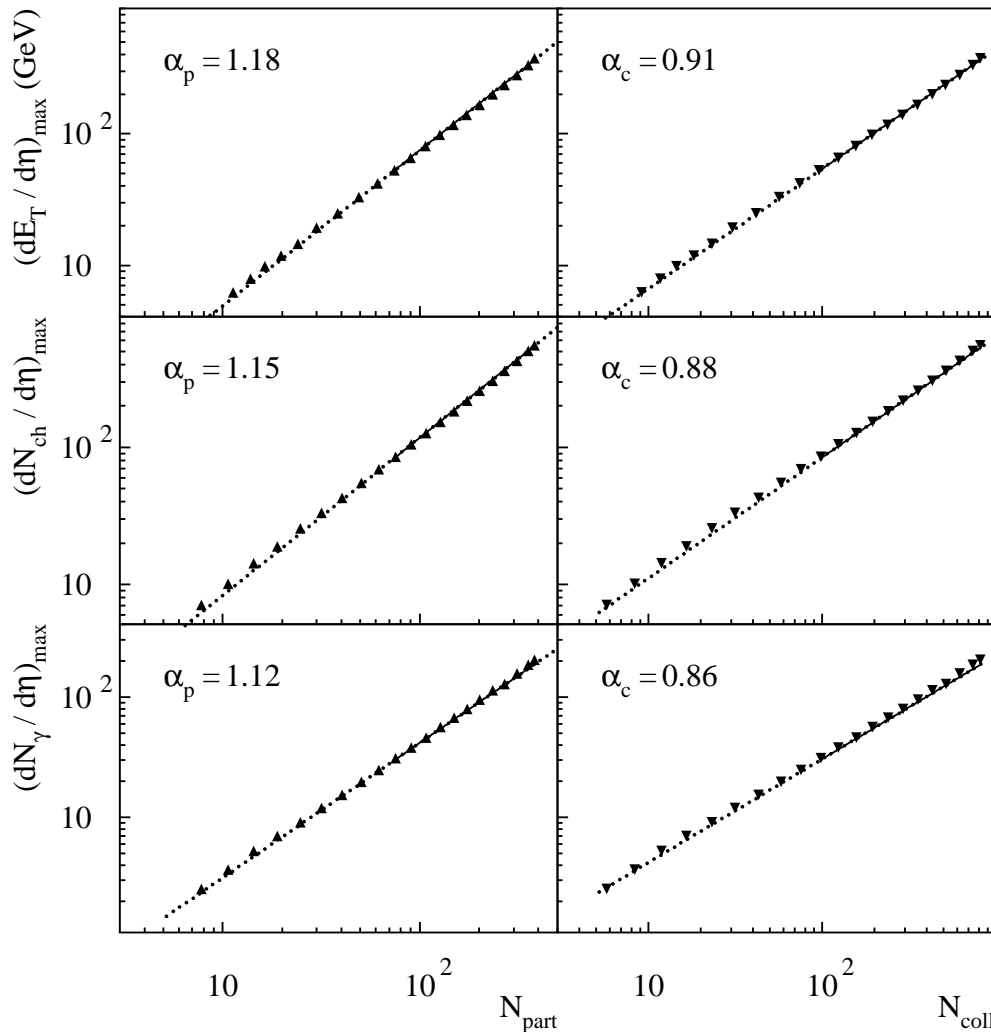


Abbildung 6.7: In einer doppeltlogarithmischen Darstellung sind die aus der Anpassung an die mit VENUS simulierte Daten gewonnenen Maxima der Pseudorapiditätsverteilungen gegen die Anzahl der Participants und binären Kollisionen aufgetragen. Der Verteilung der Photonen liegt eine untere Schwelle des Transversalimpulses von $p_T > 180$ MeV/c zugrunde. Die angegebenen Werte von α_c und α_p stammen aus einer Anpassung von Gleichung (6.1) und (6.2) im Bereich der durchgezogenen Linien.

werden.

Um die Beschreibung der Daten durch die Anpassung von den Gleichungen (6.1) und (6.2) genauer zu untersuchen, wird der Skalierungsexponent lokal berechnet, das heißt, er wird an jeweils fünf benachbarte Datenpunkte angepaßt. In Abbildung 6.8 ist dieser

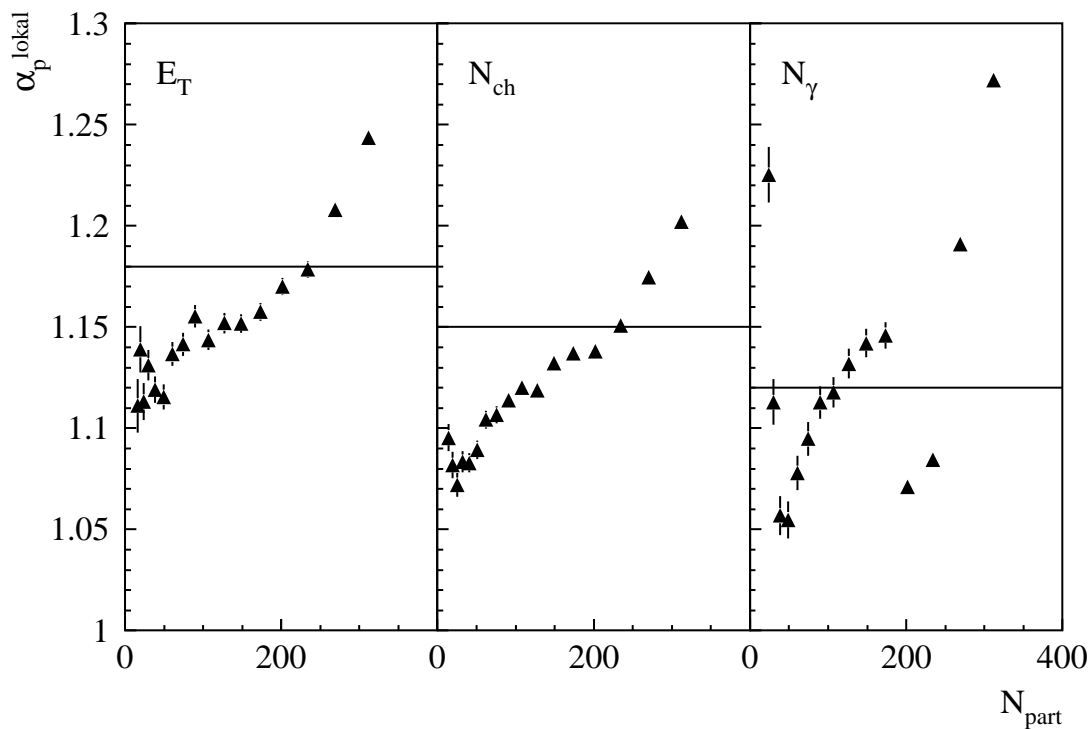


Abbildung 6.8: Die lokale Steigung α_p^{lokal} , berechnet nach einer Anpassung von (6.1) an je fünf benachbarte Punkte, in Abhängigkeit von N_{part} des mittleren Punktes. Zusätzlich ist der entsprechende Wert von α_p als Linie miteingezeichnet.

lokale Skalierungsexponent α_p^{lokal} gegen N_{part} aufgetragen. Die lokalen Steigungen aller Observablen zeigen einen ähnlichen Verlauf als Funktion der Participants. Für alle drei Meßgrößen steigt die lokale Steigung mit der Anzahl der Participants an. Unterhalb von etwa 100 Participants liegt die lokale Steigung bis zu 0.08 unter dem Wert von α_p . Die Abweichung der lokalen Steigung von α_p beträgt in dem Bereich, in dem die Anpassung vorgenommen wird, bis zu 0.03. An der starken Änderung der lokalen Steigung ist zu erkennen, daß die Beschreibung der VENUS-Daten durch ein Potenzgesetz nicht über den gesamten Bereich von N_{part} möglich ist. Die Beschreibung der WA98-Daten ist aber sehr wohl mit einem einzelnen Skalierungsexponenten verträglich.

6.3.1 Systematische Unsicherheit des Skalierungsexponenten

In Abschnitt 6.2 wurde die systematische Unsicherheit bei der Berechnung der binären Kollisionen und Participants berechnet. Diese Unsicherheit hat auch Auswirkungen auf die Bestimmung der Skalierungsexponenten α_x . Um diese Unsicherheit quantitativ abschätzen zu können, werden die Skalierungsexponenten für die verschiedenen Werte von N_{part} und N_{coll} ermittelt und miteinander verglichen. Die Änderung des Skalierungsexponenten wird nur an einer Observablen untersucht. Beispielhaft wird hier die Anzahl der geladenen Teilchen verwendet. Dabei werden immer dieselben Werte von N_{ch} verwendet, um nur den Einfluß von N_{part} und N_{coll} zu überprüfen. In Tabelle 6.2 sind die Ergebnisse der Anpassung und der Fehler dieser Anpassung zusammengefaßt. Der Ska-

<i>Skalierungsexponent für N_{ch} aus VENUS</i>		
	α_p	α_c
VENUS Grundeinstellungen	1.15 ± 0.001	0.88 ± 0.001
Energieauflösung (6.6) und (6.7)	1.15 ± 0.001	0.89 ± 0.001
Nukleonendichte (6.4)	1.15 ± 0.001	0.87 ± 0.001
Minimum-Bias-Schwelle	1.33 ± 0.001	1.03 ± 0.001
FRITIOF 7.3	1.12 ± 0.001	0.89 ± 0.001

Tabelle 6.2: Skalierungsexponent der Anzahl geladener Teilchen bezüglich N_{part} und N_{coll} für die Standardeinstellungen, bei modifizierter Energieauflösung, veränderter Nukleonendichte und aus FRITIOF 7.3.

<i>Skalierungsexponent für N_{ch} aus dem WA98-Experiment</i>		
	α_p	α_c
VENUS Grundeinstellungen	1.08 ± 0.03	0.83 ± 0.02
Energieauflösung (6.6) und (6.7)	1.08 ± 0.03	0.81 ± 0.02
Nukleonendichte (6.4)	1.08 ± 0.03	0.83 ± 0.02
Minimum-Bias-Schwelle	1.26 ± 0.03	0.97 ± 0.02
FRITIOF 7.3	1.06 ± 0.03	0.83 ± 0.02

Tabelle 6.3: Skalierungsexponent der Anzahl geladener Teilchen aus [Rey99] mit unterschiedlicher Anzahl von Participants und Kollisionen.

lierungsexponent ist auf die Veränderung der Anzahl der Kollisionen und Participants im

peripheren Bereich nicht sensitiv, da er an den zentralen Bereich angepaßt wurde. Besonders stark ist die Abweichung bei der Verwendung von N_{part}^{bias} und N_{coll}^{bias} .

Das Skalierungsverhalten der drei mit VENUS berechneten Meßgrößen kann nicht durch einen einzelnen Exponenten beschrieben werden. Es stellt sich die Frage, wie sich die unterschiedlichen Werte von N_{part} und N_{coll} auf den Skalierungsexponenten auswirken, wenn die Maxima benutzt werden, die im WA98-Experiment gemessen wurden. Analog zur Vorgehensweise in VENUS wird der Skalierungsexponent für die Anzahl der geladenen Teilchen mit den unterschiedlichen Werten von N_{part} und N_{coll} berechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.3 wiedergegeben. Auch hier ist die größte Abweichung bei der Verwendung von N_p^{bias} und N_c^{bias} zu beobachten. Die systematische Unsicherheit bei der Bestimmung des Skalierungsexponenten kann aus diesen Analysen zu 0.18 für α_p und 0.16 für α_c bestimmt werden.

7. Kollektiver Fluß

Bis zu diesem Kapitel wurde die Bewegung der Teilchen als solche betrachtet, das heißt, mögliche Korrelationen, die in der Bewegung zwischen den Teilchen bestehen, wurden nicht besonders betrachtet. Solche Beziehungen können entstehen, wenn es zu Übergängen von einer Phase, die durch die primären Wechselwirkungen geprägt ist, zu einem Zustand, der mehr durch thermische Größen und hydrodynamische Modelle beschrieben werden kann, kommt.

Bei diesen Übergängen verändern sich auch die Methoden, mit denen die Reaktionen zweier Schwerionen beschrieben werden können. Das einzelne Teilchen tritt gegenüber Bereichen der Reaktionszone zurück, die durch ihren Druck, ihre Temperatur und ihre Zustandsgleichung charakterisiert werden.

Die Bewegung der Teilchen, die nicht mehr nur durch die mikroskopischen, sondern auch die makroskopischen Eigenschaften beschrieben wird, wird als kollektive Bewegung oder Fluß bezeichnet. Die Frage, ob mit den String-Modellen eine solche Bewegung zum Beispiel durch Mehrfachkollisionen der Teilchen berechnet werden kann, ist Gegenstand dieses Kapitels.

Nach einem Überblick über die Methoden und die bisher beobachteten Effekte werden die Ergebnisse der Simulationen dargestellt. Für die Simulationen wurden die Programme RQMD und VENUS verwendet, da beide einen Mechanismus zur Beschreibung sekundärer Wechselwirkungen haben, ohne die eine kollektive Bewegung nicht möglich ist.

7.1 Grundlagen

Experimente bei niedrigen Energien am Bevalac zeigten erste Hinweise auf das Vorhandensein kollektiver Bewegung. Es wurde beobachtet, daß die Azimutalwinkel, unter denen die Participants die Reaktionszone verlassen, nicht isotrop verteilt sind: Die Bewegung dieser Teilchen findet bevorzugt in der Reaktionsebene und senkrecht zur Strahlrichtung statt. Sie wird als *side-splash* bezeichnet [Gus84]. Auch in der Bewegung der Spektatoren wurde eine solche gerichtete Bewegung beobachtet, bei der sich die Restkerne von den Participants weg bewegen. Hierfür wurde der Begriff *bounce-off* geprägt [Bec87].

Zusätzlich zu diesen Bewegungen in der Reaktionsebene wurde auch eine senkrecht zu ihr gefunden. Diese Art des Flusses wird als *squeeze-out* bezeichnet [Gut90]. Die Be-

zeichnung ist von der Anschauung inspiriert, daß in der Überlappungszone der Kerne die Materie senkrecht zur Reaktionsebene herausgepreßt wird, da die Spektatoren die Reaktionszone vor der Emission in die Reaktionsebene abschirmen.

Von den Beobachtungen bei niederenergetischen Experimenten sind die Untersuchungen und Methoden bei höheren Energien beeinflusst worden, mit denen sich die folgenden Abschnitte beschäftigen.

Radialer Fluß

Als radialer Fluß wird der Anteil an der Bewegung bezeichnet, der keine Anisotropie in transversaler Richtung zeigt. Durch die Betrachtung von inklusiven Spektren des transversalen Impulses kann, im Vergleich mit thermischen Modellen, eine Temperatur T und eine transversale Flußgeschwindigkeit β_x bestimmt werden [Agg99, Xu96]. Der radiale Fluß ist in allen Reaktionen vorhanden und wird in diesem Kapitel nicht weiter untersucht, da hier nur Fluß mit einer Anisotropie in der Azimutalebene betrachtet wird.

Gerichteter Fluß

Bei niedrigen Energien wurde eine bevorzugte Emission der Teilchen in die Reaktionsebene gefunden (side-splash und bounce-off). Im allgemeinen wird eine kollektive Bewegung mit einer ausgezeichneten Richtung in der Reaktionsebene als *gerichteter Fluß* bezeichnet.

Das Vorhandensein von gerichtetem Fluß wird für die Bestimmung einer Reaktionsebene verwendet. Wie die Reaktionsebene aus dem gerichteten Fluß rekonstruiert werden kann, wird später beschrieben.

Eine Möglichkeit, wie es zu einer solchen Bewegung kommen kann, wird durch die Betrachtung der Reaktion im Participant/Spektator-Modell deutlich. In Abbildung 7.1 ist eine halbzentrale Reaktion entsprechend diesem Modell dargestellt. Die Azimutalebene fällt in dieser Abbildung mit der Bildebene zusammen, die z -Achse steht senkrecht auf dieser Ebene und zeigt vom Betrachter weg. Im Participant/Spektator-Modell nehmen nur die Nukleonen des Überlappbereiches beider Kerne an der Reaktion teil und bilden den sogenannten Feuerball (siehe auch Abschnitt 2.2). Wie man im linken Teil der Abbildung 7.1 erkennen kann, ist dieser Überlappbereich in halbzentralen Reaktionen asymmetrisch in der Azimutalebene. Der Druckgradient innerhalb des Feuerballs ist parallel zur Richtung des Stoßparameters am größten. Man erwartet daher, daß die Teilchen, die aus dem Feuerball stammen, eine kollektive Bewegung entlang des Stoßparametervektors \vec{b} zusätzlich zu ihrer Bewegung parallel zur z -Achse aufweisen. Als Reaktionsebene wird dabei die Ebene bezeichnet, die durch die z -Achse und den Vektor des Stoßparameters aufgespannt wird. Aufgrund der Impulserhaltung muß das

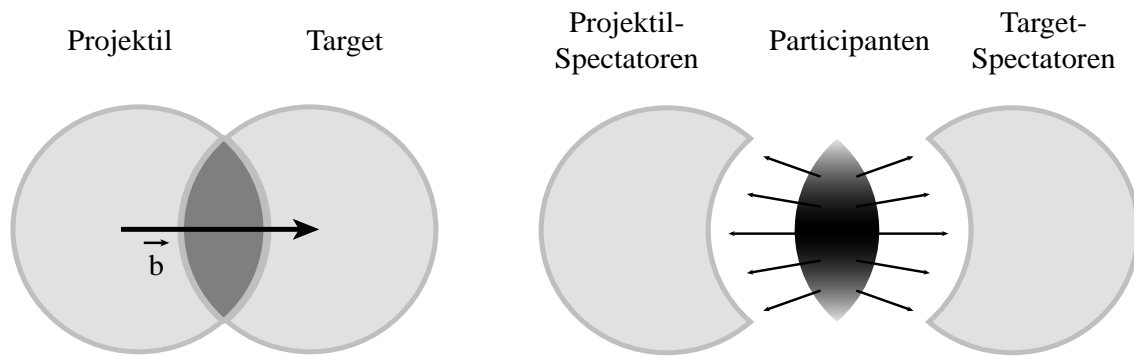


Abbildung 7.1: Kern-Kern-Reaktion im Participant/Spektator-Modell. Dargestellt ist die Reaktion zweier gleich schwerer Kerne im Schwerpunktsystem. Die Bewegungsrichtung des Projektils steht senkrecht auf der Zeichenebene und weist vom Betrachter weg. Der Stoßparameter ist durch den Vektor \vec{b} gekennzeichnet.

Vorzeichen des gerichteten Flusses im Bereich von Targetrapidität dem im Bereich von Projektilrapidität entgegengesetzt sein.

Der gerichtete Fluß sollte, wie Betrachtungen des Feuerball-Modells zeigen, besonders stark für halbzentrale Reaktionen sein. Für zentrale Reaktionen ist die Überlappungszone nicht mehr anisotrop und die Teilchenemission erfolgt isotrop. Bei sehr peripheren Reaktionen ist andererseits der Druckgradient in der Reaktionszone nicht mehr groß genug, um einen merklichen Einfluß auf die Bewegung der Teilchen zu haben. Im WA98-Experiment wurde solch ein Zusammenhang zwischen Zentralität und der Stärke des gerichteten Flusses beobachtet [Sch98].

Elliptischer Fluß

Im Gegensatz zum gerichteten Fluß kann der elliptische Fluß ein Zeichen für die Thermalisierung der Reaktionszone sein. Der elliptische Fluß kann entweder in der Reaktionszone liegen oder aus ihr heraus zeigen (squeeze-out).

Die Stärke des elliptischen Flusses hängt dabei von Druck und Energiedichte in der Reaktionszone und dem Einfluß der Abschirmung durch Spektatoren ab. Bei niederenergetischen Schwerionenreaktionen ist die Zeit, die beiden Kerne brauchen, um sich zu durchdringen, geringer als die, die die Stoßfront braucht, um die Reaktionszone zu durchqueren. Daher ist die Expansion der Teilchen die meiste Zeit von den Spektatoren blockiert. Aus diesem Grund kommt es zum squeeze-out aus der Reaktionszone.

In ultrarelativistischen Reaktionen ist die Zeit, in der die Kerne miteinander wechselwir-

ken, zu kurz, als daß die Abschirmung einen Effekt wie beim squeeze-out haben könnte. Wenn es aber in der Reaktionszone zu einer Thermalisierung kommt, bewegen sich die Teilchen entlang des Druckgradienten bei ihrer Expansion. Die Ausdehnung des Feuerballs ist in der Reaktionsebene kleiner als senkrecht zu ihr (von dieser elliptischen Verformung leitet sich der Name des Flusses her). Daher ist der Druckgradient in der Reaktionsebene größer als senkrecht zu ihr, man erwartet in diesem Fall einen elliptischen Fluß in der Reaktionsebene [Oll92].

7.2 Methoden

Fourier-Analyse

Kollektive Bewegung in der Azimutalebene kann mit der Fourier-Analyse untersucht werden. Dabei wird angenommen, daß die azimutale Verteilung einer Meßgröße \mathcal{M} durch folgende Fourier-Reihe beschrieben werden kann:

$$\mathcal{M}(\phi) = \frac{1}{2\pi} \left\{ v_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2 v_n \cos(n(\phi - \psi_r)) \right\} \quad (7.1)$$

Dabei ist ϕ der Azimutalwinkel, unter dem sich die Teilchen bewegen und ψ_r der Winkel der Reaktionsebene in der Azimutalebene. Die Sinus-Anteile an dieser Fourier-Reihe verschwinden aufgrund der Spiegelsymmetrie der Reaktion bezüglich der Reaktionsebene. Um die Fourier-Koeffizienten v_n zu berechnen, wird die Orthogonalität der trigonometrischen Funktionen ausgenutzt:

$$v_n = \int_0^{2\pi} \mathcal{M}(\phi) \cos(n(\phi - \psi_r)) d\phi \quad (7.2)$$

Die Koeffizienten v_n des n -ten Moments korrespondieren mit den oben beschriebenen Arten von Fluß. In Abbildung 7.2 sind die Fourier-Koeffizienten als Funktion des Azimutalwinkels und in Polarkoordinaten dargestellt. Der radiale Fluß wird durch das niedrigste Moment v_0 beschrieben, in Abbildung 7.2 als gestrichelter Kreis dargestellt. Dem gerichteten Fluß entspricht das Dipolmoment der Fourier-Reihe v_1 , da durch das Vorhandensein von gerichtetem Fluß die azimutale Verteilung innerhalb der Reaktionsebene aus dem Ursprung des Koordinatensystems verschoben wird und damit eine Richtung ausgezeichnet ist.

Das Quadrupolmoment v_2 führt zu einer elliptischen Deformation der Verteilung, daher ist eine bevorzugte Bewegung aus der Reaktionsebene heraus möglich (bei negativem Vorzeichen von v_2). Aufgrund der Deformation wird durch v_2 der elliptische Fluß bezeichnet.

Diese beiden Momente v_1 und v_2 werden hier weiter behandelt. Höhere Momente sind

zwar denkbar, doch zeigt sich im weiteren Verlauf, daß die Stärke des Flusses mit Zunahme der Ordnung schnell abnimmt. Bei diesen Analysen wird die Abhängigkeit dieser beiden Größen von der Zentralität, der Rapidität und dem Transversalimpuls berechnet. Für die Untersuchung der Abhängigkeit von Transversalimpuls und Zentralität werden Protonen und positiv geladene Pionen im Akzeptanzbereich des Plastic-Balls verwendet. Bei den Berechnungen, die die Rapiditätsabhängigkeit untersuchen, wird der gesamte Rapiditätsbereich benutzt.

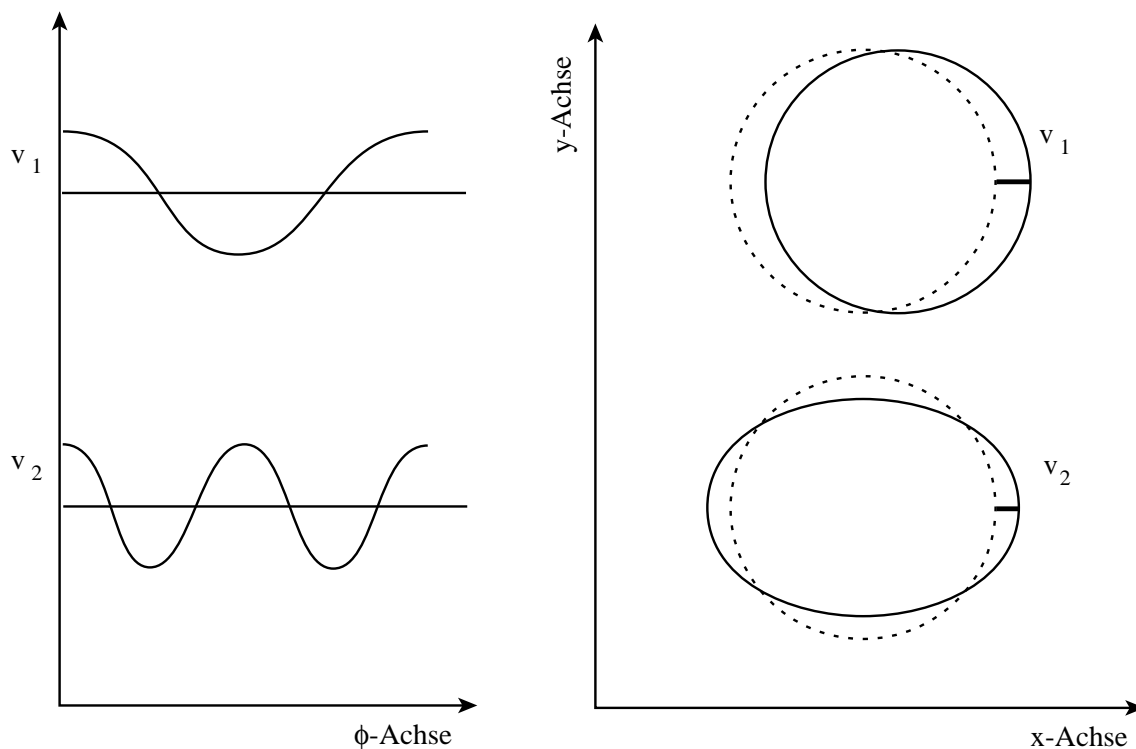


Abbildung 7.2: In dieser Darstellung sind die beiden untersuchten Fourier-Koeffizienten v_1 und v_2 in Abhängigkeit vom azimutalen Winkel (links) und in Polarkoordinaten (rechts) wiedergegeben. Die Reaktionsebene liegt in der xz -Ebene. Der gestrichelte Kreis ist als Referenz zu dem Fall, in dem kein gerichteter Fluß vorhanden ist, eingezeichnet. Ist v_2 negativ, zeigt die Richtung des Flusses aus der Reaktionsebene.

Die Reaktionsebene

Die Berechnung der Reaktionsebene ist Voraussetzung für die Untersuchung der kollektiven Bewegung. Bei der Analyse experimenteller Daten ist diese Ebene nicht direkt meßbar, sie muß aus der kollektiven Bewegung der Teilchen berechnet werden, was zu Autokorrelationen führen kann.

Bei der Simulation von Pb+Pb-Reaktionen mit den Programmen RQMD und VENUS ist die Reaktionsebene eine Variable des Modells. Eine Bestimmung der systematischen Unsicherheiten durch die Rekonstruktion der Reaktionsebene ist daher möglich. Dazu wird der Winkel der Reaktionsebene auf dieselbe Weise wie im Experiment berechnet und mit dem tatsächlichen verglichen.

Es wurden verschiedene Methoden vorgeschlagen, um aus der azimutalen Asymmetrie der Teilchenbewegung die Reaktionsebene zu berechnen. Hier wird die Reaktionsebene aus einer Fourier-Analyse der azimutalen Winkelverteilung bestimmt [Pos98]. Der Azimutalwinkel der Reaktionsebene wird bei dieser Methode aus dem sogenannten *Flußvektor* berechnet:

$$\begin{aligned}\vec{Q}_n &= (Q_n^x, Q_n^y) \\ Q_n^x &= \sum_{i=1}^N w_i \cos(n\phi_i) \\ Q_n^y &= \sum_{i=1}^N w_i \sin(n\phi_i)\end{aligned}\quad (7.3)$$

Dabei ist N die Anzahl der gemessenen Teilchen und ϕ_i der azimutale Winkel, unter dem das i -te Teilchen die Reaktionszone verläßt. Mit w_i wird ein Gewichtungsfaktor bezeichnet, der die Berechnung der Reaktionsebene aus dem Vektor \vec{Q}_n verbessert. Bei den Kalkulationen, die hier mit RQMD durchgeführt werden, ist w_i die Transversalenergie des i -ten Teilchens¹. Bei der Berechnung des Flußvektors ist darauf zu achten, daß der Azimutalwinkel von Teilchen, deren Rapidität größer als die mittlere Rapidität ist, um einen Winkel π gedreht werden muß. Der azimutale Winkel ψ_n der Reaktionsebene, berechnet aus dem n -ten Fourier-Koeffizienten, ist gegeben durch:

$$\psi_n = \frac{1}{n} \arctan \left(\frac{Q_n^y}{Q_n^x} \right) \quad (7.4)$$

Im Weiteren wird nur die erste Harmonische $\psi_1 = \psi$ betrachtet, da nur durch ψ_1 eine Richtung ausgezeichnet wird.

Für den Grenzwert unendlich vieler Teilchen ($N \rightarrow \infty$) geht ψ gegen den tatsächlichen Winkel ψ_r . Da aber nur ein endliche Anzahl von Teilchen zur Berechnung der Reaktionsebene benutzt wird, ist die Bestimmung der Reaktionsebene mit einer endlichen

¹Aber auch der Transversalimpuls p_{Ti} des i -ten Teilchen oder $|w_i| = 1$ können verwendet werden.

Auflösung σ_{ebene} behaftet.

Die Reaktionsebene wird aus den Protonen berechnet, die im Akzeptanzbereich des Plastic-Ball-Detektors liegen.

Die Berechnung einer Reaktionsebene aus nur sehr wenigen Teilchen wird mit abnehmender Anzahl der Teilchen immer ungenauer. Als eine untere Grenze für N wird verlangt, daß die Reaktionsebene aus mindestens sechs Teilchen bestimmt wird.

Mittlerer Transversalimpuls

Eine weitere Methode, den gerichteten Fluß zu untersuchen, ist die Bestimmung des mittleren Transversalimpulses in der Reaktionsebene. Dabei zeigt sich das Vorhandensein und die Stärke des gerichteten Flusses durch einen nichtverschwindenden Mittelwert des Transversalimpulses in x-Richtung². Der mittlere Impuls $\langle p_x \rangle$ ist ein Maß für den gerichteten Fluß, da gerichteter Fluß eine Verschiebung der Transversalimpulsverteilung aus dem Ursprung der xy-Ebene bedeutet (siehe Abbildung 7.2). Der hier analysierte Transversalimpuls wird dabei bezüglich der bekannten Reaktionsebene untersucht. Dies hat den Vorteil, daß keine Korrektur der Ergebnisse aufgrund der Auflösung der Reaktionsebene nötig ist. In der Verteilung des Transversalimpulses der einzelnen Teilchen wird er dabei in seine x- und y-Komponenten aufgespalten:

$$p_x = p_T \cos(\tilde{\phi}) \quad p_y = p_T \sin(\tilde{\phi}) \quad (7.5)$$

Dabei ist $\tilde{\phi}$ der azimutale Winkel relativ zur Reaktionsebene, unter dem das Teilchen sich bewegt. Die zweidimensionalen Verteilungen $dN/dp_x dp_y$ der verschiedenen Teilchenarten werden in dieselben Zentralitätsklassen eingeteilt, die auch bei der Fourier-Analyse verwendet werden. Zusätzlich zur Einteilung in Zentralitätsklassen werden die $dN/dp_x dp_y$ Verteilungen auch in Rapiditätsintervalle unterteilt.

Wie für die Fourier-Koeffizienten werden hier die Abhängigkeiten von Rapidität und Zentralität betrachtet. Die Betrachtung von $\langle p_x \rangle$ ist eine andere Methode, die Größe des gerichteten Flusses zu bestimmen, es werden daher qualitativ ähnliche Ergebnisse erwartet wie bei der Fourier-Analyse. Teilchen mit geringem Transversalimpuls werden im Plastic-Ball nicht nachgewiesen. Die Transversalimpulsverteilung weist daher einen akzeptanzbedingten Rückgang im Bereich der Transversalimpulse auf, die für die Bestimmung von $\langle p_x \rangle$ wichtig sind. Um den mittleren Transversalimpuls in x-Richtung berechnen zu können, wurde die $dN/dp_x dp_y$ -Verteilung daher mit einer zweidimensionalen Gaußverteilung angepaßt. Der Wert von $\langle p_x \rangle$ ist dann der Mittelwert dieser Verteilung in x-Richtung. Bei der Untersuchung der Abhängigkeit außerhalb

²Das Koordinatensystem wird dabei so gedreht, daß die xz-Ebene mit der Reaktionsebene zusammenfällt.

des Targetrapiditätsbereichs wurde in der Simulation die Beschränkung durch den Akzeptanzbereich des Plastic-Balls nicht vollständig berücksichtigt; es wird nur noch eine untere Energieschwelle von 30 MeV auf die Teilchen angewandt. In diesem Fall kann der Wert von $\langle p_x \rangle$ aus der Projektion auf die x-Achse berechnet werden. Der Unterschied des mittleren Transversalimpulses aus der Anpassung und Projektion wurde in verschiedenen Rapiditätsintervallen bestimmt. Mit einer Differenz von $\approx 3\%$ liefern die Methoden vergleichbare Ergebnisse.

7.3 Akzeptanz des Plastic-Balls

Um die Ergebnisse der Simulation mit den WA98-Experiment zu vergleichen, ist eine gute Übereinstimmung der Akzeptanz des Plastic-Balls in Experiment und Simulation wichtig. In den Simulationen mit RQMD und VENUS wird deshalb zum einen der Winkelbereich des Plastic-Balls und zum anderen eine Energieschwelle berücksichtigt, um den Akzeptanzbereich zu beschreiben. In Abschnitt 3.1.3 wurde der Aufbau des Plastic-Balls dargestellt. Er überdeckt einen Winkelbereich von $160^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$ in polarer Richtung und den gesamten Azimutalwinkelbereich. Die Module mit $\theta \leq 60^\circ$ werden jedoch in der Datenauswertung nicht benutzt, da die Anzahl der Teilchen, die in Vorwärtsrichtung fliegen, zu groß ist, um noch einzelne Pionen voneinander trennen zu können. Außerdem werden nur Teilchen mit $30 \text{ MeV} \leq E_{kin} \leq 300 \text{ MeV}$ im Plastic-Ball nachgewiesen. Beide Einschränkungen wurden in den Simulationen des Plastic-Balls verwendet. Die mit RQMD bestimmte Akzeptanz für Protonen und positive Pionen ist in Abbildung 7.3 dargestellt, sie stimmt mit der im Experiment bestimmten überein [Sch98].

Die Form der Verteilung ähnelt sich für Protonen und Pionen. Aufgrund der Tatsache, daß der Plastic-Ball nur Teilchen im Bereich von Targetrapiditäten nachweisen kann, liegt der Schwerpunkt der Verteilungen in der Nähe von $y = 0$. Der Rückgang der Multiplizität bei geringen Transversalimpulsen und einer Rapidität um $y = 0$ ist anhand der unteren Schwelle für die kinetische Energie zu erklären. Zu größeren Transversalimpulsen ist die Akzeptanz durch die obere Schwelle der kinetischen Energie beschränkt.

7.4 Auflösung der Reaktionsebene

Die Reaktionsebene kann mit einer endlichen Anzahl von Teilchen nur mit einer endlichen Güte bestimmen werden, diese Güte wird durch die sogenannte Auflösung quantifi-

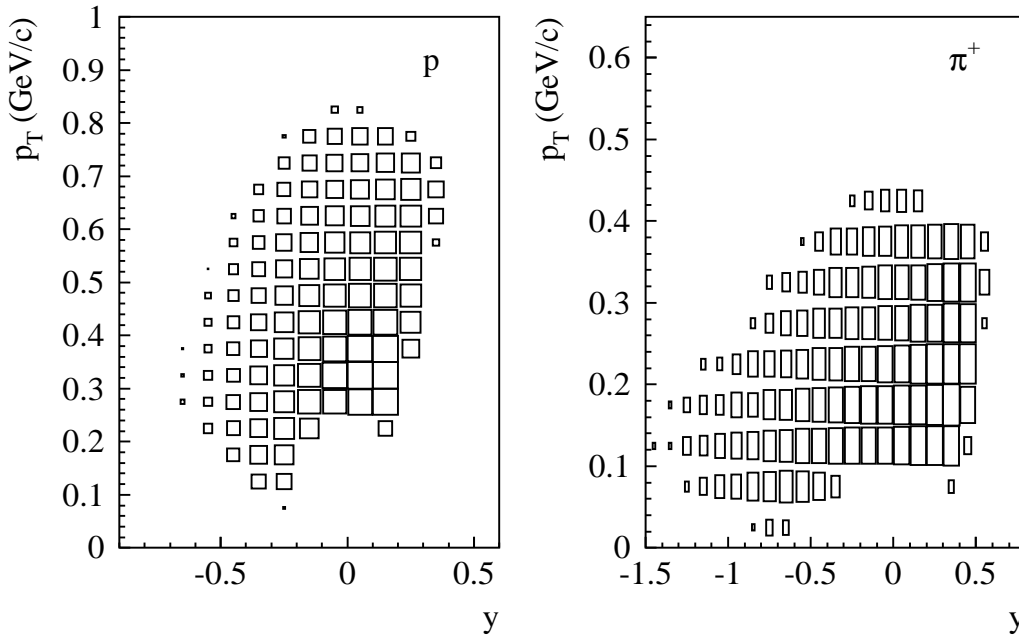


Abbildung 7.3: Dargestellt sind die Verteilungen der Protonen und Pionen, bei denen die im Text beschriebene Akzeptanz des Plastic-Balls bei der Simulation mit RQMD berücksichtigt wurde.

ziert. Dabei ist die Auflösung des Reaktionsebenenwinkels definiert als:

$$\sigma_{ebene} = \langle \cos(\psi - \psi_r) \rangle \quad (7.6)$$

Mit $\langle \dots \rangle$ ist der Mittelwert über alle Teilchen und Reaktionen gemeint. Der Winkel ψ ist der rekonstruierte Azimutalwinkel, wohingegen ψ_r der tatsächliche Reaktionsebenenwinkel ist. Der Grund für diese Definition ist, daß mit dieser Auflösung Meßgrößen, die bezüglich der rekonstruierten Reaktionsebene gemessen werden, korrigiert werden können. Der mittlere Wert des Kosinus kann mit Hilfe des zentralen Grenzwertsatzes berechnet werden. Dabei wird angenommen, daß die Schwankungen des Flußvektors (7.3) im Grenzwert einer großen Anzahl von Reaktionen durch eine Gaußverteilung beschrieben werden kann. Der Mittelwert dieser Gaußverteilung ist $\langle Q_1 \rangle$ und ihre Standardabweichung σ . Der Kehrwert der relativen Standardabweichung ist definiert als $\kappa \equiv \langle Q_1 \rangle / \sigma$. Mit diesen Variablen läßt sich die Auflösung der Reaktionsebene in folgender Weise ausdrücken [Oll97]:

$$\sigma_{ebene} = \langle \cos(\psi - \psi_r) \rangle = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \kappa e^{-\kappa^2/2} \left[I_0 \left(\frac{\kappa^2}{2} \right) + I_1 \left(\frac{\kappa^2}{2} \right) \right] \quad (7.7)$$

Dabei sind I_0 und I_1 die modifizierten Bessel-Funktionen der 0. bzw. 1. Ordnung. Meßgrößen \mathcal{M}' , die bezüglich der aus dem Flußvektor berechneten Reaktionsebene bestimmt werden, unterscheiden sich von den tatsächlichen \mathcal{M} . Der Wert von \mathcal{M}' kann mit der Auflösung der Reaktionsebene korrigiert werden, um die tatsächliche Meßgröße \mathcal{M} zu erhalten. Es gilt: $\mathcal{M} = \mathcal{M}' / \sigma_{ebene}$. Durch die Kenntnis der tatsächlichen Reaktionsebene in den Simulationen ist eine Berechnung der Auflösung durch Gleichung (7.6) möglich. Bei der Analyse experimenteller Daten muß man auf eine andere Methode zurückgreifen, die sogenannte *Subevent-Analyse*.

7.4.1 Subevent-Analyse

Für die Subevent-Analyse werden die Teilchen, die für die Rekonstruktion der Reaktionsebene verwendet werden, in zwei ungefähr gleich große Unterklassen A und B eingeteilt. Die Entscheidung, zu welcher Klasse ein Teilchen gehört, fällt zufällig. In beiden Klassen wird der Azimutalwinkel der Reaktionsebene ψ^a und ψ^b nach Gleichung (7.4) berechnet. Für die Rekonstruktion der Reaktionsebene wurden mehr als fünf Teilchen verwendet. Da die Anzahl der Teilchen in den Unterklassen kleiner ist als in der gesamten Reaktion, wurde bei der Subevent-Analyse gefordert, daß mindestens drei Teilchen in jeder Unterklasse sind. Aus der Korrelation der azimutalen Winkel in den Unterklassen kann man die Auflösung der Reaktionsebene der gesamten Reaktion bestimmen. Nach den Additionstheoremen für trigonometrische Funktionen gilt:

$$\begin{aligned} \langle \cos(\psi^a - \psi^b) \rangle &= \langle \cos(\psi^a - \psi_r) \cos(\psi^b - \psi_r) \rangle + \langle \sin(\psi^a - \psi_r) \sin(\psi^b - \psi_r) \rangle \\ &\simeq \langle \cos(\psi^a - \psi_r) \rangle \langle \cos(\psi^b - \psi_r) \rangle + \langle \sin(\psi^a - \psi_r) \sin(\psi^b - \psi_r) \rangle \end{aligned}$$

Die beiden Teile der Gleichung sind nur dann gleich, wenn die Unterklassen vollständig unabhängig voneinander sind. Um die Gültigkeit dieser Annahme in den Simulationen zu überprüfen, wurde ihre Differenz gebildet.

$$\langle C \rangle = \langle \cos(\psi^a - \psi_r) \cos(\psi^b - \psi_r) \rangle - \langle \cos(\psi^a - \psi_r) \rangle \langle \cos(\psi^b - \psi_r) \rangle \quad (7.8)$$

In Figur 7.4 ist $\langle C \rangle$ in Abhängigkeit von der Zentralität dargestellt. Wie man sieht, ist der Wert von $\langle C \rangle$ für fast alle Zentralitätsklassen ungleich null.

Vernachlässigt man die Größe von $\langle C \rangle$ und nimmt an, daß die Korrelation in beiden Unterklassen gleich groß ist, so erhält man:

$$\begin{aligned} \sigma_{subebene} &= \langle \cos(\psi^a - \psi_r) \rangle \\ &= \sqrt{\langle \cos(\psi^a - \psi^b) \rangle - \langle \sin(\psi^a - \psi_r) \sin(\psi^b - \psi_r) \rangle - \langle C \rangle} \quad (7.9) \end{aligned}$$

Der Sinus-Anteil in (7.9) liefert nur dann einen Beitrag, wenn es neben dem Fluß auch noch andere Arten von Korrelationen zwischen den Subevents gibt, z.B. aufgrund von

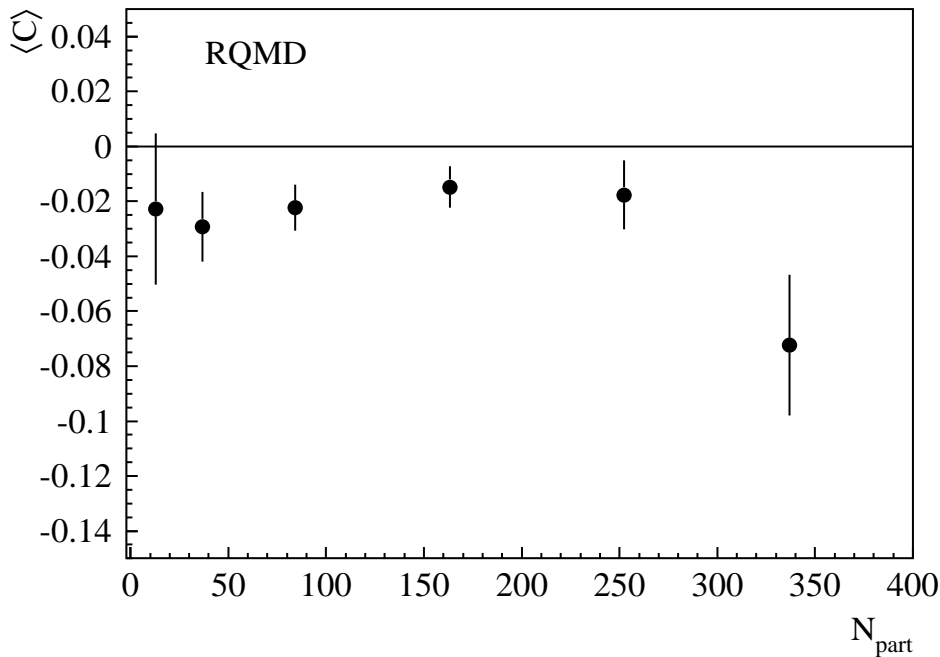


Abbildung 7.4: Die Differenz $\langle C \rangle$ ist gegen die Zentralität aufgetragen. Die periphersten Reaktionen zeigen einen mit null verträglichen Wert von $\langle C \rangle$. In den anderen Klassen gibt es eine Korrelation, die nicht aufgrund des Flusses zwischen den Unterklassen besteht.

Zwei-Teilchen-Korrelationen. Aber auch die Qualität des Verfahrens, mit dem die Unterklassen aus dem Gesamtereignis ausgewählt werden, kann eine Rolle spielen. Diese Korrelationen werden als *Non-Flow-Korrelationen* bezeichnet. In Abbildung 7.4 wird illustriert, daß es solche Korrelationen in den Unterklassen für die mit RQMD berechneten Ereignisse gibt.

Gibt es keine Non-Flow-Korrelationen zwischen den Subevents, so gilt:

$$\sigma_{\text{subebene}} = \langle \cos(\psi^a - \psi_r) \rangle = \sqrt{\langle \cos(\psi^a - \psi^b) \rangle} \quad (7.10)$$

Aus Gleichung (7.10) kann nun die Auflösung der Reaktionsebene in den Unterklassen berechnet werden, da die Auflösung der gesamten Reaktionen σ_{ebene} auf ähnliche Weise definiert ist wie σ_{subebene} . Die Gleichung (7.7), mit der auch die Abhängigkeit der Auflösung von der Anzahl der zur Rekonstruktion benutzten Teilchen beschrieben wird, ist in einer Näherung für kleine κ proportional zu \sqrt{N} . Die beide Auflösungen können deshalb durch

$$\sigma_{\text{ebene}}^{\text{sub}} \approx \sqrt{2} \sigma_{\text{subebene}} \quad (7.11)$$

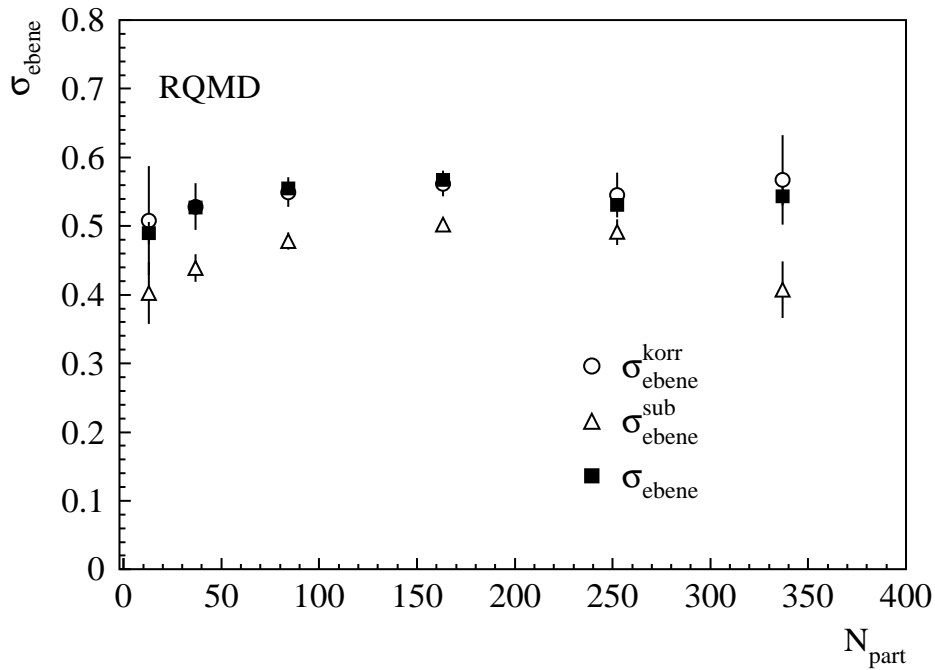


Abbildung 7.5: Die Auflösung der Reaktionsebene wurde zum einen mit Hilfe der Subevent-Analyse und zum anderem aus Gleichung (7.6) berechnet. Bei der Verwendung der Subevent-Analyse wurden in $\sigma_{\text{ebene}}^{\text{sub}}$ die Korrelationen zwischen den Unterklassen nicht berücksichtigt. Das Ergebnis beider Rechnungen ist in Abhängigkeit von der Zentralität, bestimmt durch die Anzahl der Participants, dargestellt.

ineinander umgerechnet werden [Pos98].

In dem RQMD muß die Non-Flow-Korrelation der Unterklassen berücksichtigt werden, um zu richtigen Ergebnissen zu kommen. Die Auflösung läßt sich in diesem Fall durch

$$\sigma_{\text{ebene}}^{\text{korr}} \approx \sqrt{2 \langle \cos(\psi^a - \psi_r) \rangle \langle \cos(\psi^b - \psi_r) \rangle} \quad (7.12)$$

berechnen. Darstellung 7.5 zeigt die drei Größen σ_{ebene} , $\sigma_{\text{ebene}}^{\text{sub}}$ und $\sigma_{\text{ebene}}^{\text{korr}}$ im Vergleich. Ohne die Berücksichtigung von Non-Flow-Korrelationen weicht die Auflösung von der tatsächlichen Auflösung σ_{ebene} ab; diese Abweichung kann bis zu 20% betragen. Die Auflösung $\sigma_{\text{ebene}}^{\text{korr}}$, bei der Non-Flow-Korrelationen mit in die Berechnung eingegangen sind, stimmt im Rahmen der Fehler mit σ_{ebene} überein. Hier zeigt sich, daß eine Untersuchung der Korrelationen zwischen den Unterklassen bei der Analyse der experimentellen Daten wichtig ist und zu einer Verbesserung der Auflösung führen kann.

7.5 Ergebnisse der Fourier-Analyse

7.5.1 Zentralitätsabhängigkeit der Fourier-Koeffizienten

Bei der Berechnung von v_n für Protonen und positiv geladene Pionen werden deren Winkelverteilungen über den ganzen Akzeptanzbereich des Plastic-Balls integriert und mit den Ergebnissen des WA98-Experiments verglichen. Die Werte von v_1 und v_2 wurde aus einer Anpassung von Gleichung (7.13) an die $1/NdN/d(\phi - \psi_r)$ -Verteilungen berechnet:

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{d(\phi - \psi_r)} = 1 + 2v_1 \cos(\phi - \psi_r) + 2v_2 \cos(2(\phi - \psi_r)) \quad (7.13)$$

Die so bestimmten v_n benötigen keine Korrektur für die Auflösung der Reaktionsebene, da sie bezüglich der tatsächlichen, in RQMD und VENUS bekannten Reaktionsebene berechnet wurden.

Protonen

Wie man aus Abbildung 7.6 erkennt, ist die Zentralitätsabhängigkeit von v_1 , die mit RQMD berechnet wurde, nicht so stark wie beim gerichteten Fluß, der im WA98-Experiment gemessen wurde. Die Differenz zwischen den periphersten und den zentralsten Reaktionen beträgt nur 3%-4%. Der Maximalwert der WA98-Daten liegt um etwa 10% vom Minimalwert entfernt. Der größte Wert für den gerichteten Fluß wird in der halb-zentralen Klasse gefunden, die 20%-40% des Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitts umfaßt. Die Größe von $v_{1,max} = 23\%$ liegt deutlich über dem in derselben Zentralitätsklasse gefundenen Maximalwert von 15% bei den experimentellen Daten.

Die Überschätzung der absoluten Stärke des Flusses durch RQMD zeigt sich auch beim elliptischen Fluß. Der maximale elliptische Fluß wird in der Zentralitätsklasse gefunden, die 10%-20% σ_{mb} repräsentiert. Auch $v_{2,max} = 4\%$ liegt um einen Faktor zwei über dem Maximalwert von v_2 des Experiments. Obwohl der Anstieg nur gering ist, kann eine Zunahme von v_2 mit steigender Zentralität beobachtet werden. Ein negativer Wert und damit ein Fluß aus der Reaktionsebene hinaus wird nicht beobachtet.

Die Ergebnisse der Simulationen mit dem Modell VENUS sind in Abbildung 7.7 dargestellt. Die Zentralitätsabhängigkeit von v_1 stimmt besser mit der experimentell gefundenen überein. Die Differenz zwischen schwächstem und stärkstem gerichtetem Fluß beträgt etwa 7%. Die absolute Stärke des gerichteten Flusses wird aber, wengleich auch nicht in so großem Maße wie in RQMD, überschätzt. In der halb-zentralen Klasse, die 40%-60% σ_{mb} entspricht, liegt das Maximum des gerichteten Flusses bei 18% und damit etwa 3% über den experimentellen Daten. Auch die Zentralitätsabhängigkeit des elliptischen Flusses von Protonen wird in VENUS besser reproduziert. Auch in VENUS liegt

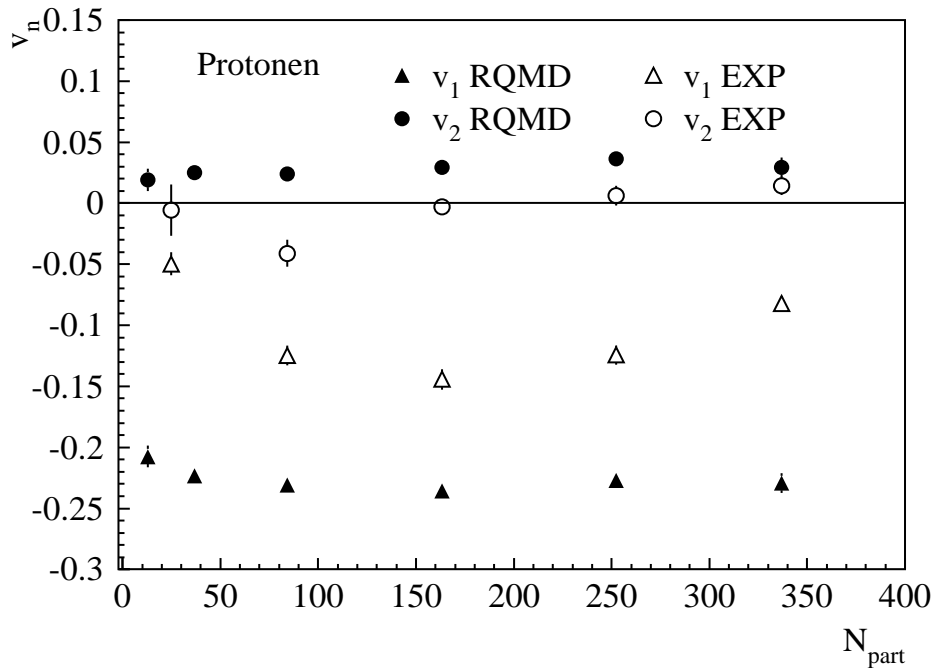


Abbildung 7.6: Zentralitätsabhängigkeit der Fourier-Koeffizienten v_1 und v_2 für Protonen in RQMD (ausgefüllte Symbole) gegen die Anzahl der Participants in der jeweiligen Zentralitätsklasse. Die offenen Symbole zeigen die unter denselben Einschränkungen im WA98-Experiment gemessenen Werte.

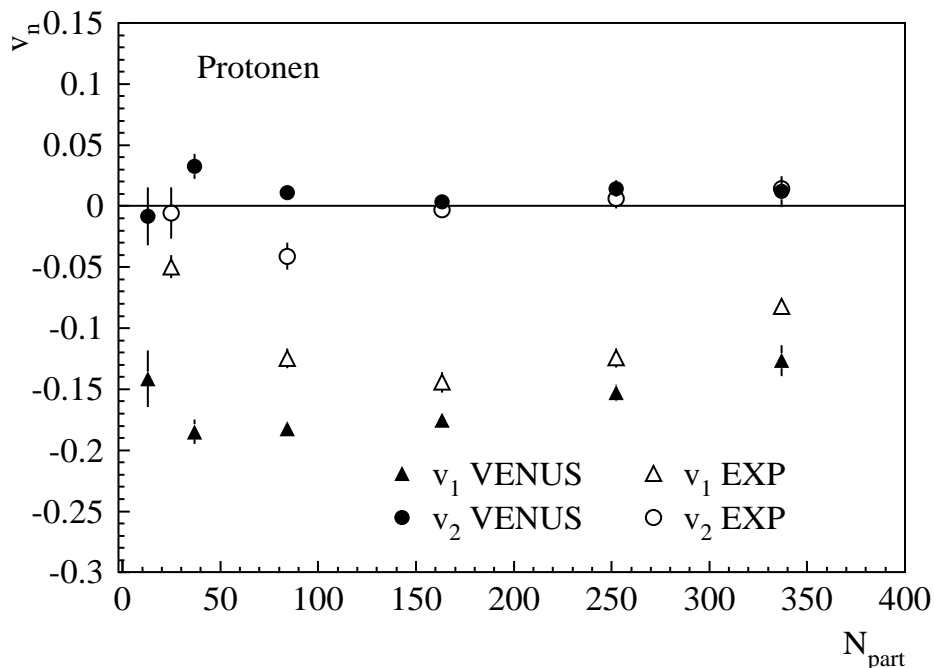


Abbildung 7.7: Fourier-Koeffizienten v_1 und v_2 für Protonen, berechnet mit dem Modell VENUS, gegen die Anzahl der Participants. Die offenen Symbole sind Ergebnisse der Analyse von Daten des WA98-Experiments.

der elliptische Fluß immer in der Reaktionsebene und zeigt nie aus der Reaktionsebene (negatives v_2), was im Experiment jedoch beobachtet wurde.

Pionen

In Darstellung 7.8 sind v_1 und v_2 der Pionen aus Berechnungen mit RQMD in Abhängigkeit von N_{part} wiedergegeben. Der gerichtete Fluß steigt von zentralen zu peripheren Reaktionen an und erreicht seinen Maximalwert in der periphersten Klasse mit $v_{1,max} \approx 14\%$. Die Zentralitätsabhängigkeit entspricht dabei der des Experiments. Bei der Untersuchung von Pionen im WA98-Experiment findet man einen Maximalwert von $17\% \pm 3\%$. Über das Verhältnis zwischen RQMD und Experiment bezüglich der absoluten Stärke des gerichteten Flusses läßt sich keine eindeutige Aussage treffen, wie es bei den Protonen möglich war. Zum Teil überschätzt RQMD den gerichteten Fluß, in sehr peripheren Reaktionen wird er aber unterschätzt. Bei sehr zentralen Reaktionen ist der Unterschied zwischen RQMD und dem Experiment am größten, die Differenz beträgt über 10%. Für diese Zentralitätsklasse besteht aber noch eine gewisse Unsicherheit über die Stärke des Flusses im Experiment.

Die v_2 -Werte steigen mit zunehmender Zentralität an. Das Maximum liegt hier bei $v_{2,max} = 1\% - 2\%$. Dieser Anstieg mit zunehmender Zentralität wird auch im Experiment festgestellt. Dort wird der Maximalwert zu etwa 15% bestimmt. Die Beschreibung des funktionalen Zusammenhangs zwischen gerichtetem Fluß und Zentralität ist in RQMD für positive Pionen besser als für Protonen. In Abbildung 7.9 sind die Fourier-Koeffizienten v_n für positive Pionen aus Berechnungen mit VENUS veranschaulicht. Wie vorher schon im Experiment und bei RQMD beobachtet wurde, steigt auch in VENUS der gerichtete Fluß zu peripheren Reaktionen hin an. Vergleicht man die Höhen von v_1 mit denen des Experiments, so zeigt sich, daß der gerichtete Fluß von VENUS unterschätzt wird. Die Differenz der Maximalwerte beträgt etwa 10%. Das Modell VENUS sagt einen Maximalwert von $v_{1,max} = 7\%$ voraus. Die Schwankungen der Werte von v_2 in den verschiedenen Zentralitätsklassen lassen eine Aussage über das Verhalten des elliptischen Flusses nicht zu. Die Werte sind teilweise negativ. Als Maximalwert dieser Art des Flusses wird mit VENUS ein Wert von 2% berechnet.

7.5.2 Abhängigkeit der Fourier-Koeffizienten von der Rapidität

Um das Verhalten von v_1 und v_2 auch bei mittlerer Rapidität ($y=2.9$) zu analysieren, wird die Abhängigkeit der beiden Fourier-Koeffizienten von der Rapidität betrachtet. Durch die Akzeptanz des Plastic-Balls können mit ihm nur Teilchen im Bereich von Targetrapidität nachgemessen werden. Um den vollen Bereich von Targetrapidität bis zu mittlerer

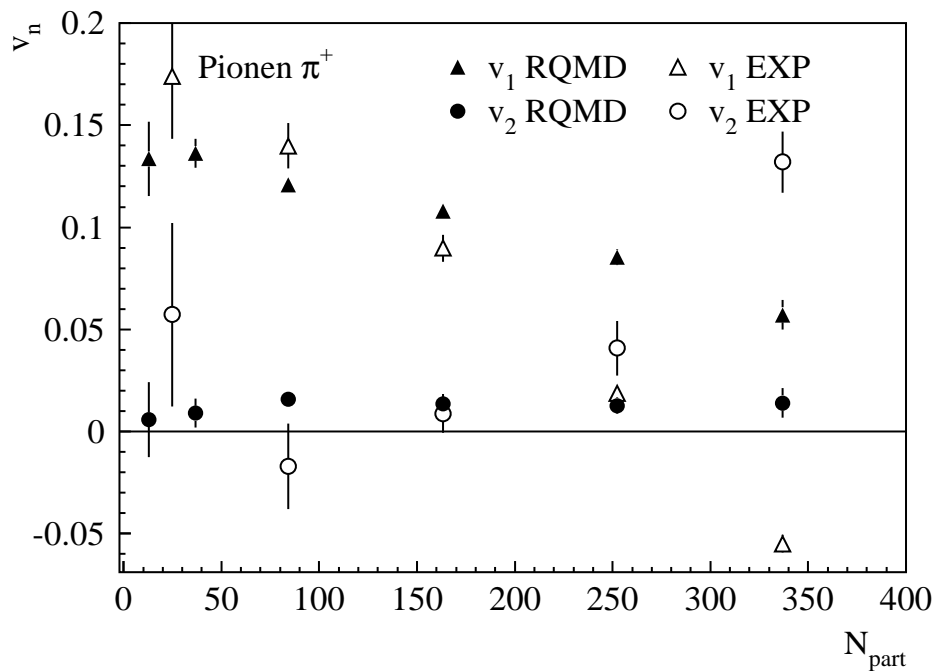


Abbildung 7.8: Zentralitätsabhängigkeit der Fourier-Koeffizienten v_1 und v_2 für positive Pionen in RQMD gegen die Anzahl der Participants (ausgefüllte Symbole). Zum Vergleich sind die entsprechenden Größen aus dem WA98-Experiment als offene Symbole dargestellt.

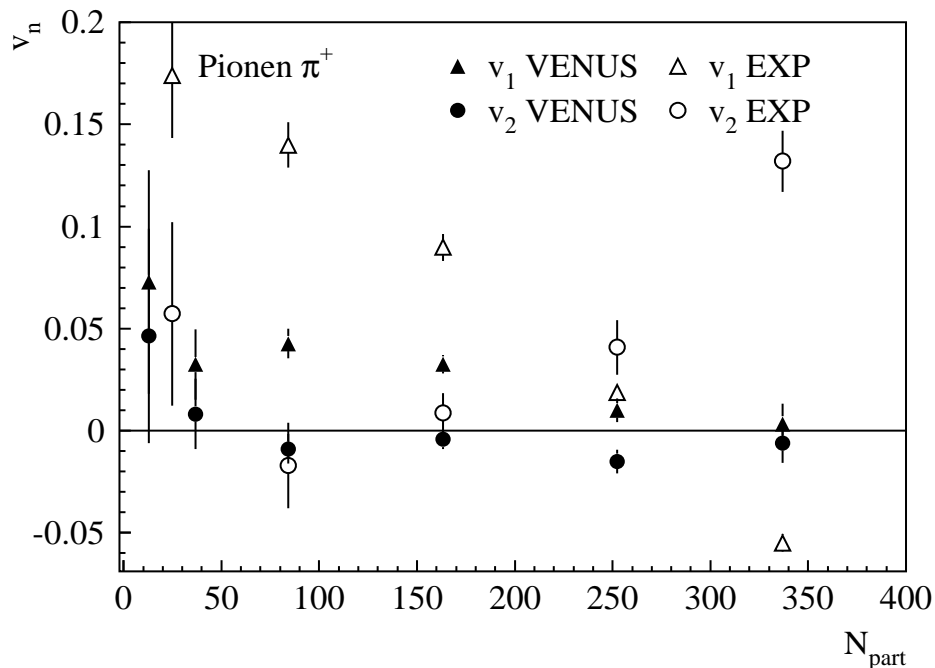


Abbildung 7.9: v_n der positiven Pionen gegen die Anzahl von Participants in der jeweiligen Zentralitätsklasse. Auch hier wurden die Datenpunkte des WA98-Experiments miteingezeichnet.

Rapidity zu untersuchen, wurde nur noch das Überschreiten einer unteren Schwelle der kinetischen Energie von 30 MeV gefordert. Wie in Abschnitt 7.5.1 gezeigt wurde, ist der gerichtete Fluß der Protonen in halb-zentralen Reaktionen am stärksten, für positive Pionen in peripheren. Deshalb wird die Rapidityabhängigkeit in diesen Zentralitätsklassen berechnet.

Protonen

Die Werte von v_n wurden für Protonen in Reaktionen untersucht, deren Zentralität 20%-40% σ_{mb} entspricht. Die experimentellen Werte sind in derselben Zentralitätsklasse berechnet worden. Wie die Ergebnisse aus dem vorherigen Abschnitten gezeigt haben, ist der gerichtete Fluß bei der Targetrapidity größer als der elliptische. In Darstellung 7.10 ist zu erkennen, daß der elliptische Fluß zu mittleren Rapiditäten hin im Modell RQMD ansteigt. Das Maximum des elliptischen Flusses liegt bei etwa 5%. Im Bereich mittlerer Rapiditäten fällt der elliptische Fluß der Protonen sogar wieder etwas ab. Mit RQMD wird ein elliptischer Fluß bei Targetrapidity berechnet, der von null verschieden ist und sich im Experiment nicht zeigt. Der gerichtete Fluß der Protonen ist, wie in Abschnitt 7.5.1 gezeigt, im Bereich von Targetrapidity negativ. Das Maximum des gerichteten Flusses liegt bei ungefähr 28%.

Was bei der Betrachtung der Ergebnisse der Simulationen mit dem Modell VENUS in Figur 7.11 besonders auffällt, ist, daß der Wert von v_1 sehr schnell abnimmt, wenn der Bereich um die Targetrapidity verlassen wird.

Eine mögliche Ursache könnte die Methode sein, mit der sekundäre Teilchenreaktionen in dem Modell VENUS behandelt werden. Der Zerfall der Cluster, die sich bei solchen Reaktionen bilden, wird durch ein thermisches Zerfallsgesetz beschrieben. Dies kann zu einer raschen Verwischung der kollektiven Bewegung führen. Im Maximum erreicht der gerichtete Fluß einen Wert von $|v_1| = 25\%$, während das Maximum des elliptischen Flusses bei 1%-2% liegt.

Der gerichtete Fluß, der im WA98-Experiment mit dem Plastic-Ball im Bereich der Targetrapidity gemessen wurde, ist kleiner. Sein Maximum liegt bei ungefähr 20%. Zu größeren Rapiditäten nimmt die Stärke des gerichteten Flusses ab. Der elliptische Fluß ist nicht signifikant von null verschieden.

Pionen

Zur Bestimmung der Rapidityabhängigkeit der Fourier-Koeffizienten mit den Modellen RQMD und VENUS für den Vergleich mit dem Experiment werden Reaktionen verwendet, deren Zentralität 40%-80% σ_{mb} entspricht. Der gerichtete Fluß der Pionen ist dem der Protonen entgegengerichtet, wie schon in Abschnitt 7.5.1 gezeigt wurde. In

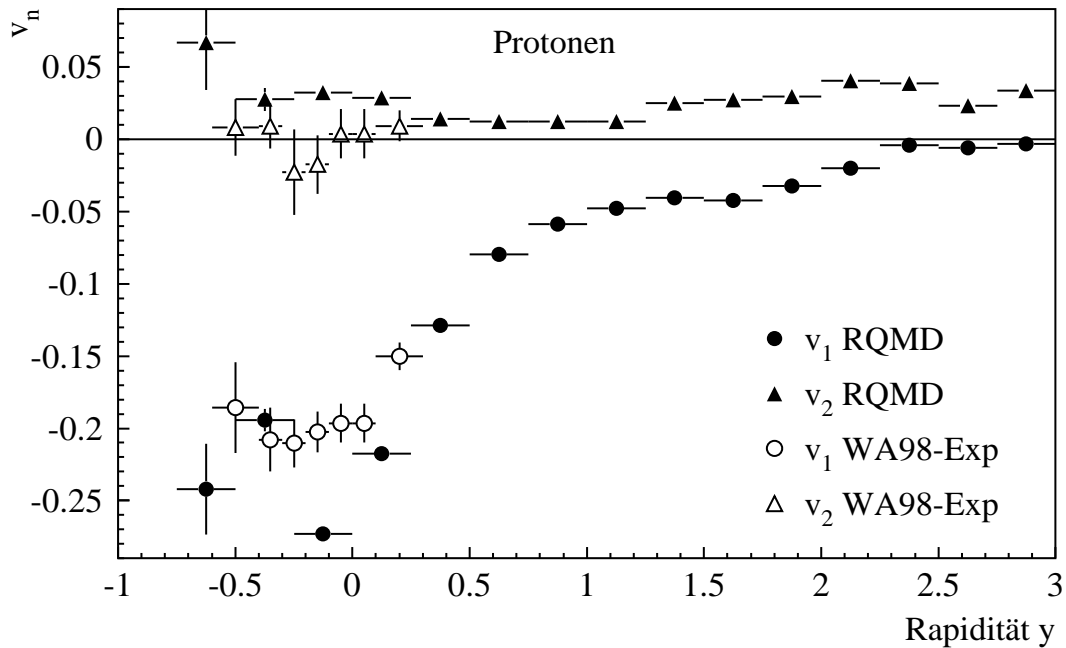


Abbildung 7.10: Die Fourier-Koeffizienten v_1 und v_2 der Protonen in Abhängigkeit von der Rapidität. Die ausgefüllten Symbole bezeichnen die mit RQMD berechneten Werte, bei denen über alle Zentralitätsklassen integriert wurde. Die offenen Symbole sind Datenpunkte aus der Analyse des WA98-Experiments.

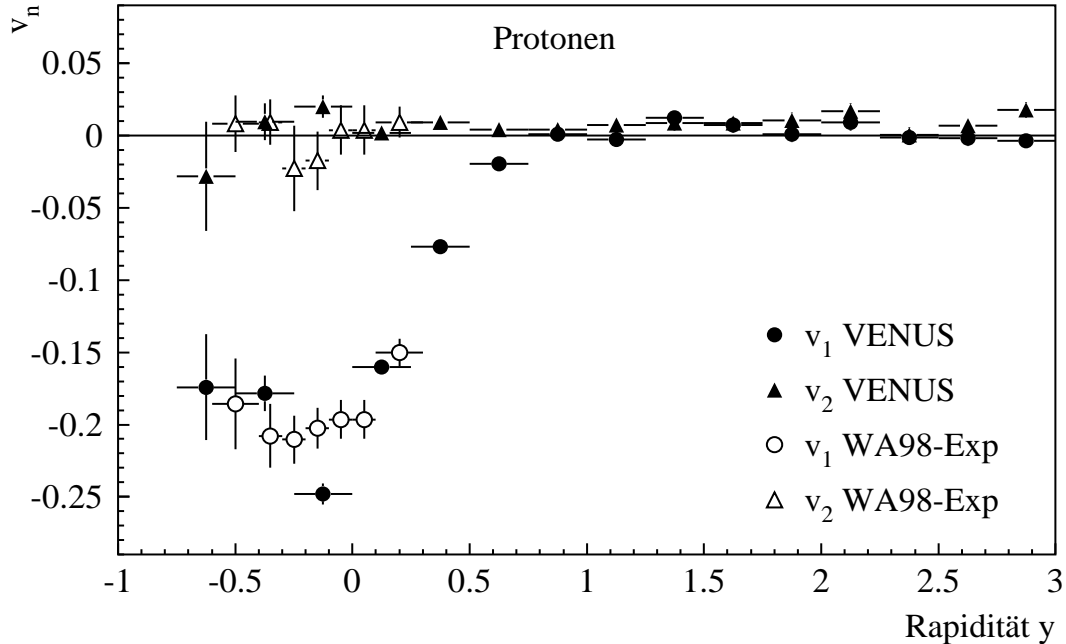


Abbildung 7.11: v_n für Protonen aus allen Zentralitätsklassen gegen die Rapidität. Die Werte der Fourier-Koeffizienten wurden durch Analyse der mit VENUS erzeugten Pb+Pb-Reaktionen berechnet.

Abbildung 7.12 sind die Berechnungen mit RQMD dargestellt. Das Maximum von v_1 liegt in Berechnungen mit RQMD im Bereich der Targetrapidität. Die Höhe von etwa 18% ist geringer als die der Protonenverteilung. Nach dem Erreichen des Maximums nimmt die Stärke des gerichteten Flusses wieder ab. Beim gerichteten Fluß des Experiments liegt das Maximum bei kleineren Rapiditäten und übersteigt das mit RQMD gefundene um 6%. Qualitativ zeigen Berechnungen mit VENUS ein ähnliches Bild wie die mit RQMD für die Rapiditätsabhängigkeit der Fourier-Koeffizienten. Die Stärke des gerichteten Flusses im Maximum beträgt 7% und befindet sich im selben Rapiditätsintervall wie bei RQMD. Wie schon bei der Untersuchung der Zentralitätsabhängigkeit der Pionen zeigt sich auch hier, daß VENUS die kollektive Bewegung dieser Teilchen nicht gut beschreiben kann.

7.5.3 Abhängigkeit der Fourier-Koeffizienten vom Transversalimpuls

Die Abhängigkeit von v_1 und v_2 vom Transversalimpuls p_T wird für Protonen aus Reaktionen bestimmt, deren Zentralitäten 20%-40% des Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitts entsprechen. Bei Pionen werden mit 40%-80% σ_{mb} peripherere Zentralitätsklassen verwendet. In den Zentralitätsklassen wurden die Teilchen über den Akzeptanzbereich des Plastic-Balls integriert und die Ergebnisse der Simulationen mit denen des WA98-Experiments verglichen.

Protonen

Die Auswertung des Experiments zeigt einen linearen Anstieg des Betrags von v_1 mit steigendem p_T bei den Protonen. Dieses Verhalten wird durch die Annahme einer thermischen Emission der Protonen aus der Reaktionszone vorhergesagt [Bar97]. Die Steigung wird in einer Näherung für kleine Flußgeschwindigkeiten durch das Verhältnis von Geschwindigkeit und Temperatur der Teilchen bestimmt.

Die Steigung von $v_1(p_T)$ ist bei den mit RQMD berechneten Werten für kleine p_T größer als im Experiment (siehe Abbildung 7.14). Der Vergleich der Steigung über den gesamten p_T -Bereich zeigt, daß der gerichtete Fluß, der experimentell gefunden wurde, schneller mit dem Transversalimpuls abnimmt als der in RQMD berechnete. Die absolute Größe von v_1 wird im Bereich kleiner Transversalimpulse von RQMD gegenüber dem Experiment überschätzt. Das Verhalten des elliptischen Flusses unterscheidet sich in RQMD durch die Steigung und seine Stärke vom Experiment. Im Modell RQMD ist der Wert von v_2 ungleich null und nimmt mit steigendem Transversalimpuls weiter zu. Der elliptische Fluß im Experiment ist konsistent mit null.

Die Untersuchung der Abhängigkeit des gerichteten und elliptischen Flusses vom Transversalimpuls mit dem Modell VENUS ergibt qualitativ ein ähnliches Bild wie mit

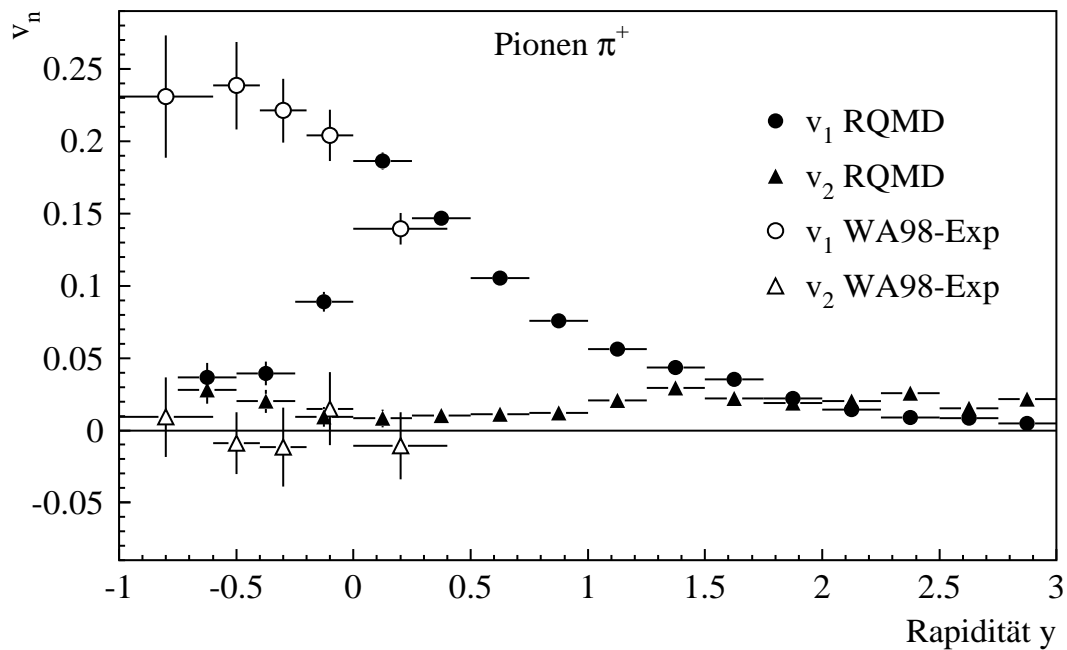


Abbildung 7.12: Darstellung der Werte von v_n der Pionen aus allen Zentralitätsklassen gegen die Rapidity (gefüllte Symbole). Die Ergebnisse der Analyse der positiven Pionen aus dem WA98-Experiment sind als offene Symbole wiedergegeben.

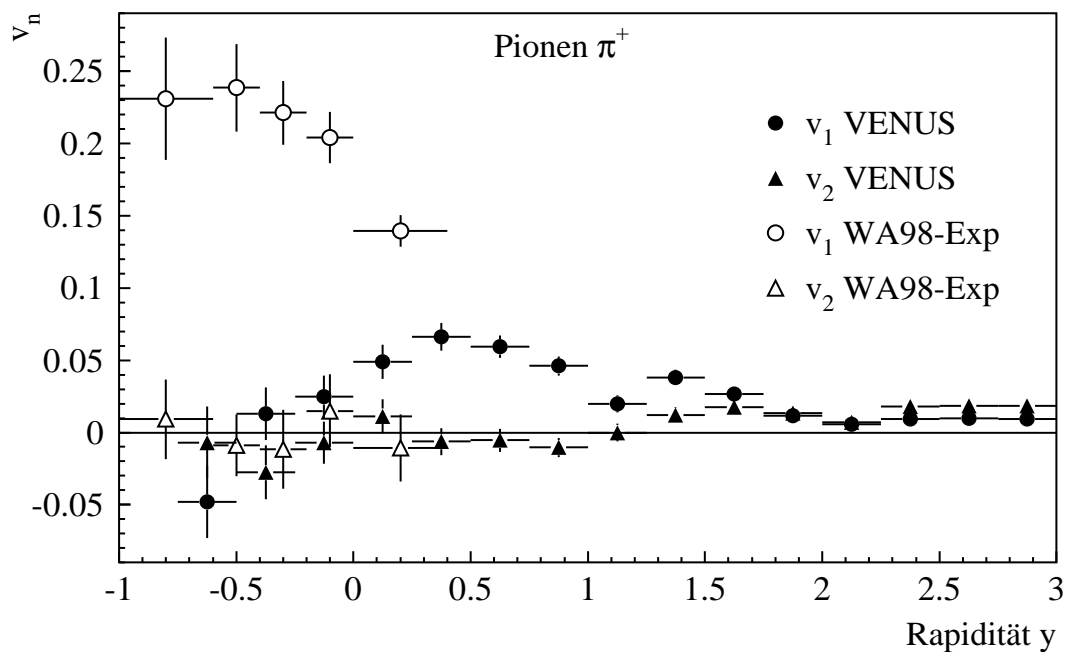


Abbildung 7.13: Fourier-Koeffizienten für positive Pionen. Die Berechnungen zu dieser Darstellung wurden mit dem Modell VENUS durchgeführt unter Einbeziehung aller Zentralitätsklassen.

RQMD. In Abbildung 7.15 sind die beiden Fourier-Koeffizienten im Akzeptanzbereich des Plastic-Balls wiedergegeben. VENUS zeigt ebenfalls einen Anstieg der Stärke des gerichteten Flusses mit steigendem Transversalimpuls. Das Modell überschätzt den gerichteten Fluß bis zu einem Transversalimpuls von $p_T = 400$ MeV/c und unterschätzt ihn bei größeren Transversalimpulsen.

Für den elliptischen Fluß wird in VENUS ein mit dem Experiment verträglicher Wert von null berechnet.

Pionen

Die Ergebnisse der Berechnungen mit RQMD sind in Abbildung 7.16 dargestellt. Der Wert von v_1 steigt mit dem Transversalimpuls an. Auch hier ist die Annahme eines linearen Anstiegs im Bereich bis 250 MeV/c gerechtfertigt. Die Steigung von $v_1(p_T)$ ist größer als die für Protonen berechnete, aber geringer als die von Pionen im Experiment. RQMD überschätzt anders als bei den Protonen die absolute Stärke des gerichteten Flusses der Pionen nicht, sondern liegt mit seinen Berechnungen unter den im WA98-Experiment gefundenen Werten. Für einen Transversalimpuls $p_T > 250$ MeV/c wird die Steigung von $v_1(p_T)$ geringer, was auch bei den v_1 -Werten des Experiments beobachtet wird.

Bei den Pionen ist ein elliptischer Fluß vorhanden, der im Experiment nicht gefunden wurde. Seine Stärke ist gering und steigt mit dem Transversalimpuls an.

Das Verhalten der positiven Pionen im Modell VENUS ist in Darstellung 7.17 wiedergegeben. Beide Arten der kollektiven Bewegung, der gerichtete und der elliptische Fluß, sind kleiner als in den Simulationen mit RQMD oder im WA98-Experiment. Ein eindeutiges Verhalten mit Änderung des Transversalimpulses ist in den Berechnungen mit VENUS nicht vorhanden. Die Steigung dv_1/dp_T kann im Rahmen der statistischen Unsicherheit als null angesehen werden. Eine mögliche Ursache für diese starke Unterschätzung könnte die Methode sein, mit der sekundäre Teilchenwechselwirkungen von VENUS behandelt werden (siehe Abschnitt 4.2.2). Die Beschreibung der Wechselwirkung von Pionen und Nukleonen beruht in RQMD auf gemessenen Wirkungsquerschnitten, wohingegen in VENUS alle Wechselwirkungen mit nur einem Wirkungsquerschnitt realisiert werden.

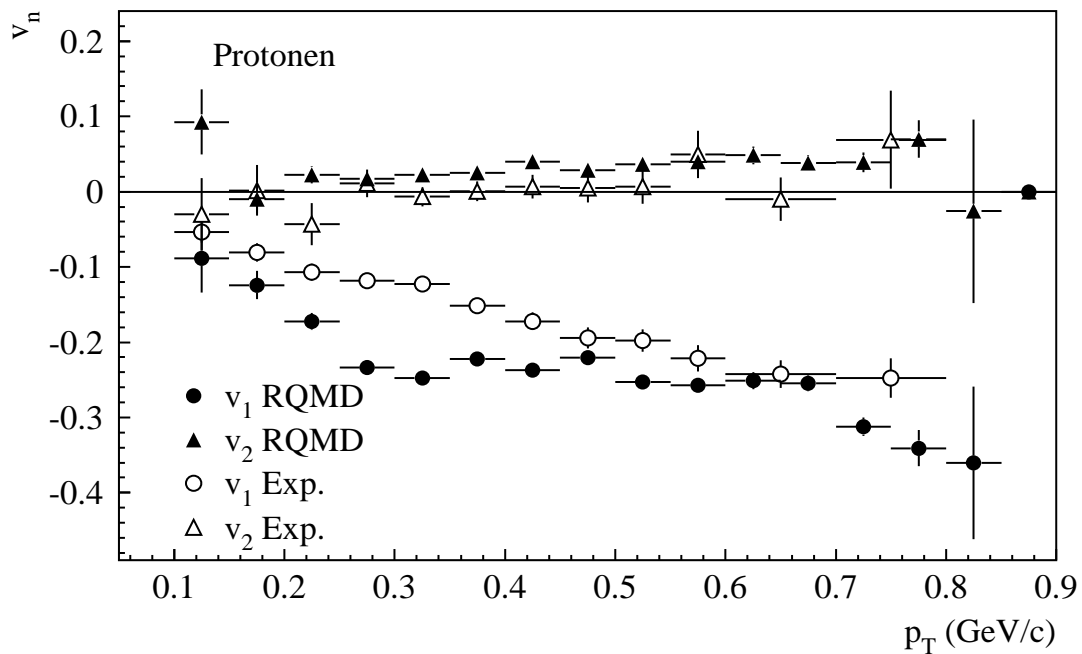


Abbildung 7.14: Abhängigkeit der Fourier-Koeffizienten der Protonen vom Transversalimpuls in der Zentralitätsklasse, die 20%-40% σ_{mb} enthält. Zur Analyse wurde das Modell RQMD benutzt. Die gestrichelte Linie gibt die Anpassung einer Geraden an alle eingezeichneten Werte von v_1 wieder.

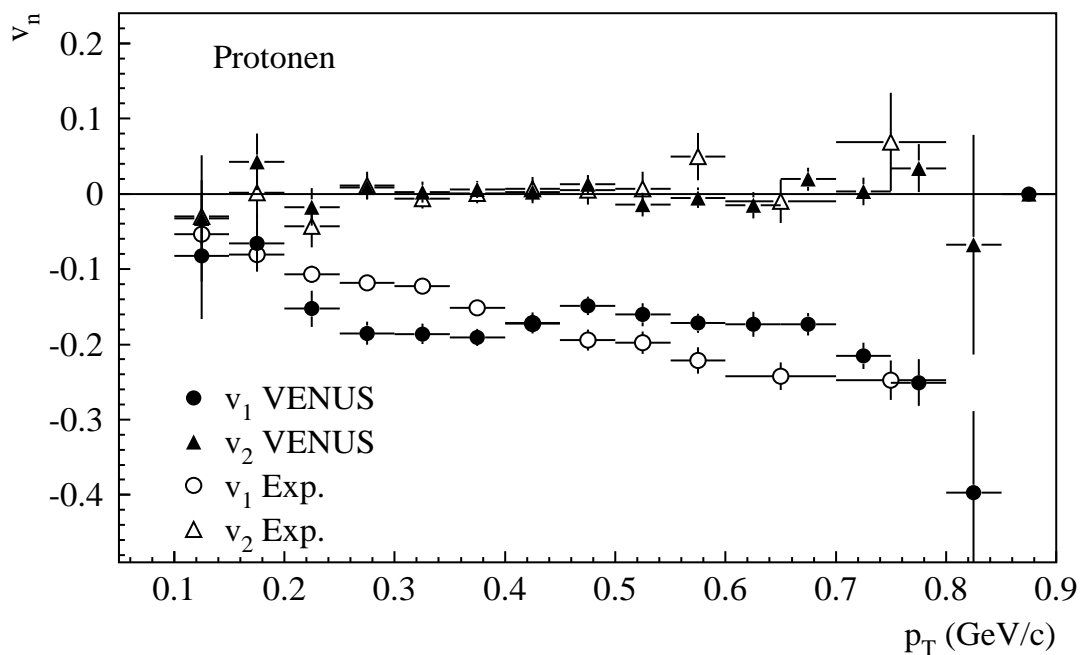


Abbildung 7.15: In der mittleren Zentralitätsklasse von 20%-40% σ_{mb} mit VENUS berechnete Werte von v_n im Akzeptanzbereich des Plastic-Ball-Detektors. Mit der gestrichelten Linie ist die im Text besprochene Anpassung dargestellt.

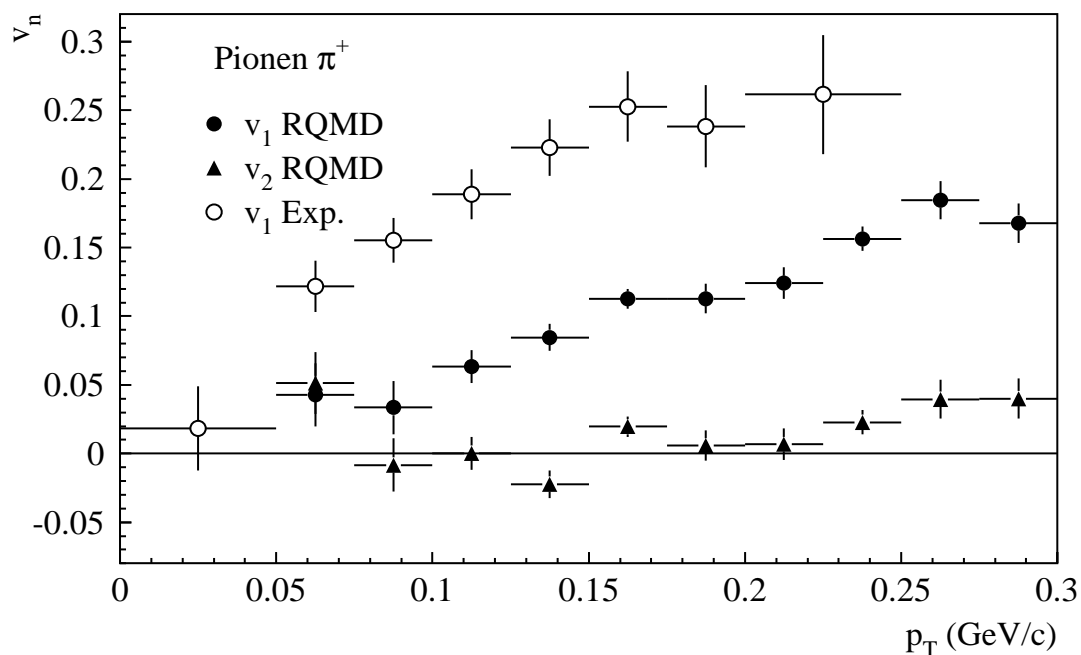


Abbildung 7.16: Im Akzeptanzbereich des Plastic-Balls bestimmte Werte von v_1 und v_2 der positiven Pionen in Abhängigkeit vom Transversalimpuls. Zur Berechnung wurde das Modell RQMD benutzt.

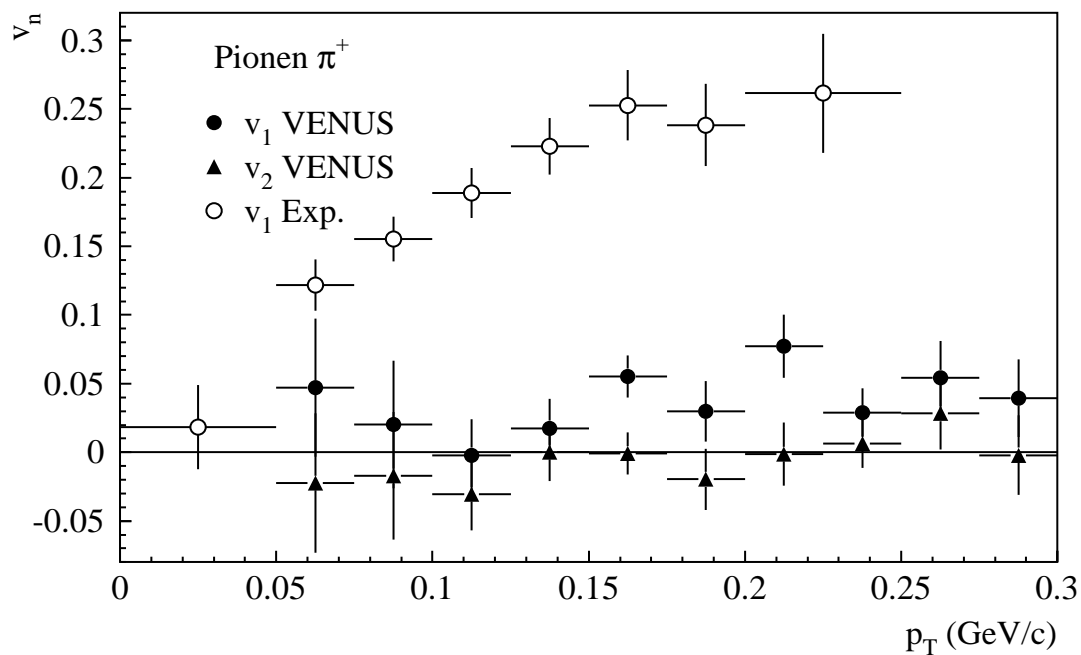


Abbildung 7.17: Mit dem Modell VENUS berechnete Werte von v_n für positive Pionen in Abhängigkeit vom Transversalimpuls.

7.6 Ergebnisse der $\langle p_x \rangle$ -Analyse

7.6.1 Rapiditätsabhängigkeit von $\langle p_x \rangle$

Mit Hilfe der Fourier-Koeffizienten wurde die kollektive Bewegung in Abhängigkeit von der Zentralität, dem Transversalimpuls und der Rapidität analysiert. Eine andere Methode, gerichteten Fluß zu untersuchen, ist die Berechnung von $\langle p_x \rangle$, dem mittleren Transversalimpuls in der Reaktionsebene. An dieser Stelle wird die Abhängigkeit von der Rapidität untersucht.

Wie bei der Vorstellung der Methoden beschrieben, wird der mittlere Impuls in der Reaktionsebene berechnet. Um den gesamten Rapiditätsbereich von Targetrapidität bis zu mittlerer Rapidität zu untersuchen, wird nicht die volle Akzeptanz des Plastic-Balls berücksichtigt, sondern nur eine untere Energieschwelle von $E_{kin} > 30$ MeV. Durch diese Schwelle wird die Anzahl von Teilchen mit einem kleinen Transversalimpuls im Bereich der Targetrapidität stark verringert. In diesem Bereich wird der Wert von $\langle p_x \rangle$ aus einer Anpassung mit einer zweidimensionalen Gaußverteilung bestimmt. Für höhere Rapiditäten ist dies nicht nötig, da fast alle Teilchen über der Schwelle liegen. Für Pionen wird $\langle p_x \rangle$ bis zu einer Rapidität von $y < 0.5$ aus der Anpassung bestimmt. Bei Protonen liegt diese Grenze bei $y < 0.25$. Die Zentralitätsklasse, in der diese Berechnungen durchgeführt werden, umfaßt 20%-40% σ_{mb} . Zur besseren Übersicht wurde der mittlere Transversalimpuls $\langle p_x \rangle$ durch die Masse der Teilchen geteilt. In Abbildung 7.18 sind die Ergebnisse für Protonen und Pionen im Modell RQMD dargestellt. Die Überschätzung des gerichteten Flusses, die schon bei der Untersuchung mit Hilfe des Fourier-Koeffizienten v_1 sichtbar wurde, zeigt sich auch bei der Analyse von $\langle p_x \rangle$. Für die Protonen liegt der mittlere Transversalimpuls bei $\langle p_x \rangle \approx -84$ MeV/c. Bei den Protonen, die im WA98-Experiment untersucht wurden, findet man einen Maximalwert von $\langle p_x \rangle \approx -30$ MeV/c. Die Überschätzung des gerichteten Flusses ist bei den positiven Pionen noch stärker. Hier wird von RQMD ein maximaler Wert von $\langle p_x \rangle \approx 45$ MeV/c berechnet, wohingegen im Experiment ein Maximalwert von $\langle p_x \rangle \approx 8$ MeV/c gemessen wird. Auch die Ergebnisse von VENUS ähneln denen, die schon bei der Untersuchung von v_1 gewonnen wurden. Der Maximalwert von $\langle p_x \rangle$ liegt für die Protonen höher als bei RQMD, doch ist die Abnahme um dieses Maximum herum stärker als bei RQMD. Für Pionen wird der mittlere Transversalimpuls von VENUS um einen Faktor größer als zwei geringer berechnet als von RQMD, das Maximum liegt aber dennoch höher als im Experiment.

7.6.2 Abhängigkeit von $\langle p_x \rangle$ von der Zentralität

Zur Analyse der Zentralitätsabhängigkeit werden, wie beschrieben, die Werte von $\langle p_x \rangle$ im Akzeptanzbereich des Plastic-Balls bestimmt und als Funktion von N_{part} mit den

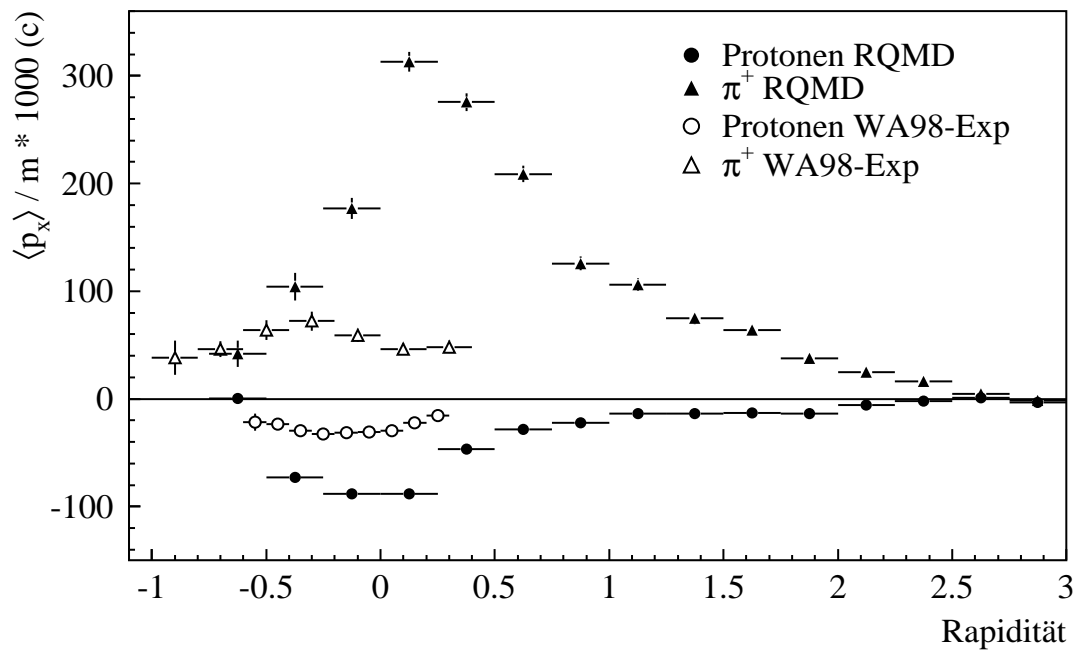


Abbildung 7.18: Mit RQMD berechnetes $\langle p_x \rangle$ in Abhängigkeit von der Rapidity. Zur Berechnung wurden Teilchen berücksichtigt, die aus der Zentralitätsklasse mit 20%-40% σ_{mb} stammen.

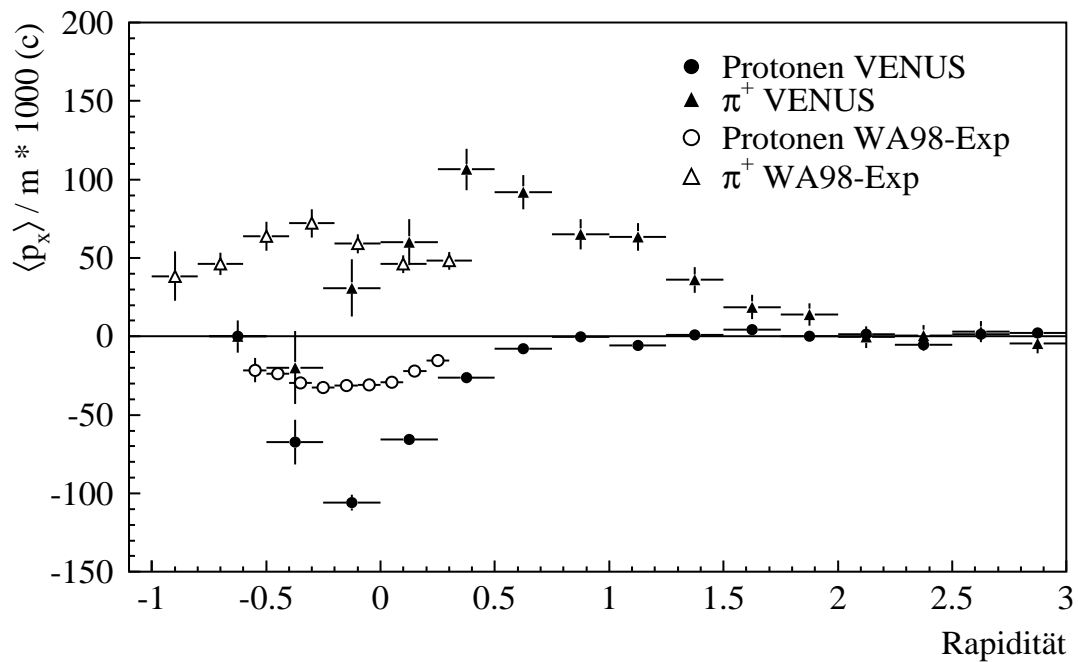


Abbildung 7.19: $\langle p_x \rangle$ -Werte für Protonen und Pionen in Abhängigkeit von der Rapidity. Die Werte wurden mit VENUS bestimmt und sind im Vergleich mit Werten aus dem Experiment dargestellt.

experimentellen Daten verglichen.

Protonen

Darstellung 7.20 zeigt die Ergebnisse der Berechnungen mit den Modellen VENUS und RQMD für Protonen. Der Verlauf der Stärke des gerichteten Flusses ähnelt dem schon in Abschnitt 7.5.1 für v_1 gefundenen. Der mittlere Transversalimpuls der Protonen ist in RQMD um einen konstanten Betrag von etwa 50 MeV/c kleiner als im Experiment. Das Maximum liegt in der Zentralitätsklasse, die 20%-40% des Minimum-Bias-Wirkungsquerschnitts beinhaltet. Für peripherere Reaktionen nimmt der Betrag des mittleren Transversalimpulses ab.

Die mit VENUS berechneten Werte stimmen besser mit dem Experiment überein. Auch hier liegt das Maximum der Verteilung in der Zentralitätsklasse der halb-zentralen Reaktionen.

Pionen

Die Untersuchung der positiven Pionen im WA98-Experiment hat gezeigt, daß ein Ansteigen des gerichteten Flusses bei abnehmender Zentralität zu beobachten ist. Auch die Ergebnisse der v_1 -Analyse mit RQMD zeigen ein solches Verhalten. Die $\langle p_x \rangle$ -Werte sind für beide Modelle in Abbildung 7.21 gegen die Anzahl von Participants aufgetragen. Der Anstieg vom $\langle p_x \rangle$, der mit RQMD berechnet wurde, stimmt gut mit dem des Experiments überein. Aber auch bei den Pionen ist ein konstanter Unterschied, wie er bei den Protonen bestimmt wurde, für die meisten Zentralitätsklassen zu beobachten.

Der Fluß der Pionen wird durch das Modell VENUS schlechter beschrieben als durch RQMD. Der maximale Wert liegt bei $\langle p_x \rangle \approx 5$ MeV/c und damit 30 MeV/c unter dem im Experiment gemessenen.

Qualitativ ergibt die Analyse des mittleren Transversalimpulses in der Reaktionsebene dieselben Ergebnisse wie die Untersuchung des Fourier-Koeffizienten v_1 . Die quantitative Übereinstimmung wird im folgenden Abschnitt untersucht.

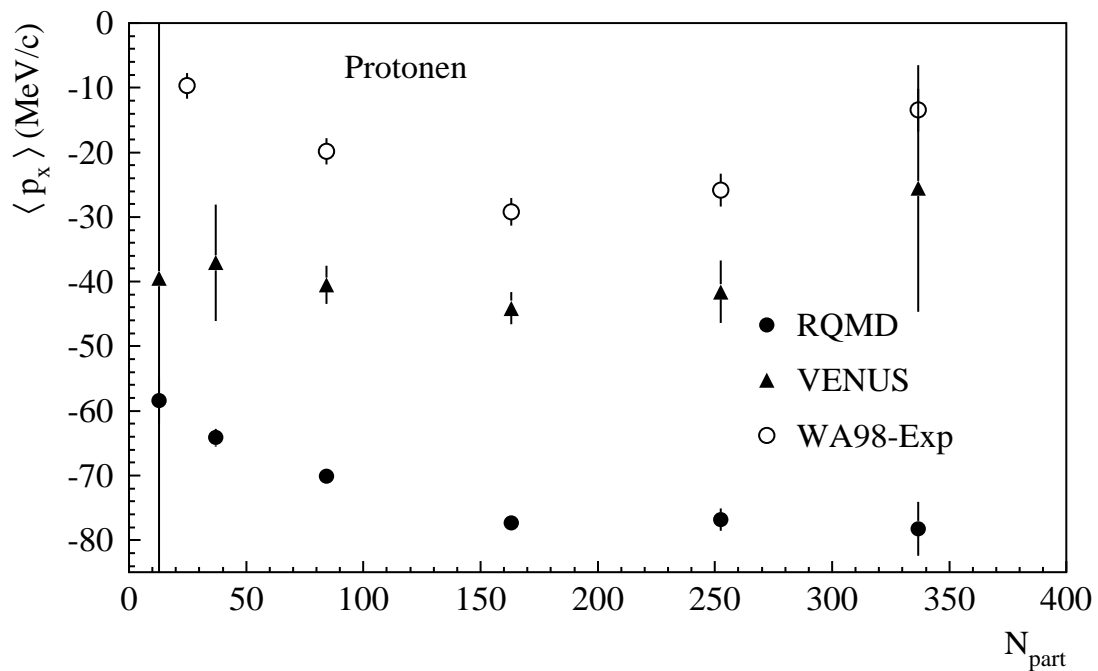


Abbildung 7.20: Zentralitätsabhängigkeit von $\langle p_x \rangle$ der Protonen. Die Ergebnisse von VENUS und RQMD sind als geschlossene Symbole dargestellt. Zum Vergleich sind als offene Symbole Ergebnisse des WA98-Experiments wiedergegeben.

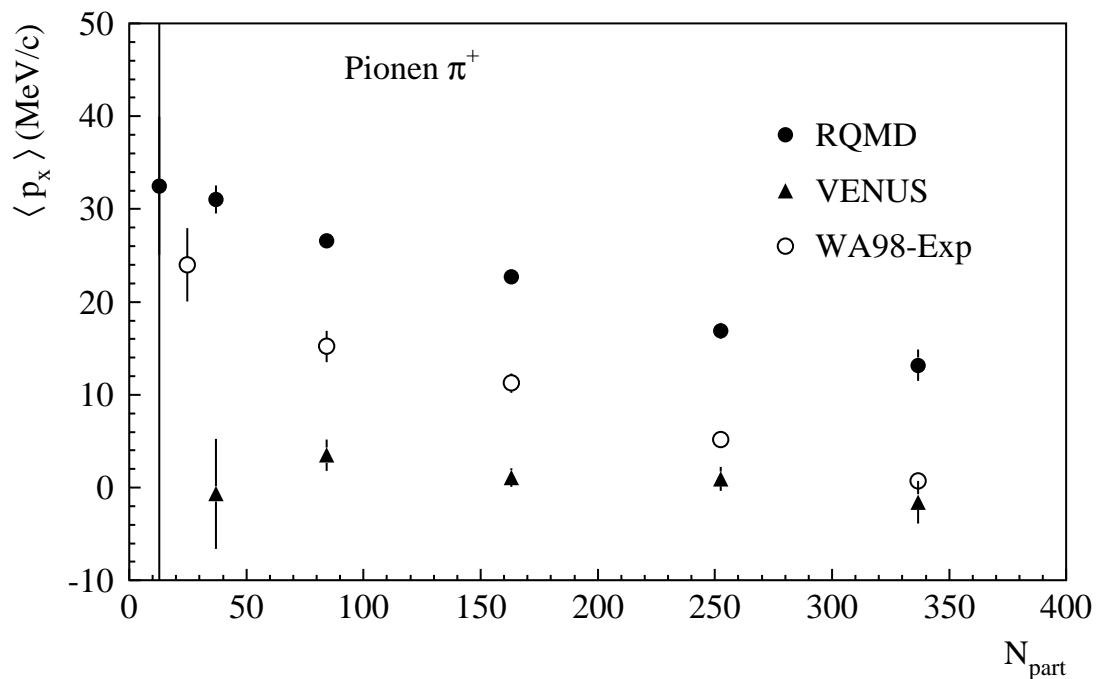


Abbildung 7.21: Mit VENUS und RQMD berechnete Werte von $\langle p_x \rangle$ für positive Pionen als Funktion der Anzahl von Particpants in den jeweiligen Zentralitätsklassen.

7.7 Vergleich der Methoden

Die Berechnung des mittleren Transversalimpulses in x-Richtung enthält dieselben Informationen über den gerichteten Fluß wie der Fourier-Koeffizient v_1 . Wenn die Verteilung des Transversalimpulses dN/dp_T bekannt ist, können beide Größen ineinander umgerechnet werden:

$$\begin{aligned}
 \langle p_x \rangle &= \frac{1}{N} \int_0^\infty p_x \frac{dN}{dp_x dp_y} dp_x dp_y \\
 &= \frac{1}{N} \int_0^\infty p_T \cos(\phi) \frac{dN}{p_T dp_T d\phi} p_T dp_T d\phi \\
 &= \frac{1}{N} \int_0^\infty p_T v_1(p_T) \frac{dN}{dp_T} dp_T d\phi
 \end{aligned} \tag{7.14}$$

Für die Rapiditätsbereiche, in denen $\langle p_x \rangle$ berechnet wurde, sind auch die Verteilungen von dN/dp_T berechnet worden. Zusammen mit dem Verlauf von $v_1(p_T)$ in dem entsprechenden Rapiditätsintervall kann nun aus Gleichung (7.14) noch einmal $\langle p_x \rangle$ berechnet werden und mit dem direkt berechneten verglichen werden. Die Verteilung des Transversalimpulses reicht nicht bis $p_T = 0$ im Bereich der Targetrapidität, da wieder eine untere Energieschwelle von $E_{kin} > 30 \text{ MeV}/c$ verwendet wird. Die Berechnung von $\langle p_x \rangle$ durch Gleichung (7.14) kann daher nicht vollständig durchgeführt werden. Wie die Untersuchung der Abhängigkeit der Fourier-Koeffizienten vom Transversalimpuls zeigt, geht der gerichtete Fluß gegen null für kleine p_T . Daher ist der Fehler gering und kann vernachlässigt werden. Diese Gegenüberstellung wird beispielhaft für die Rapiditätsabhängigkeit der Protonen und Pionen durchgeführt. In Abbildung 7.22 und 7.23 sind die mit Gleichung (7.14) bestimmten Werte und die im vorherigen Abschnitt berechneten als Funktion der Rapidität dargestellt. Der Vergleich der Modelle zeigt, daß in beiden Fällen der Wert von $\langle p_x \rangle$ mit Hilfe von Gleichung (7.14) berechnet werden kann. Bei den Pionen, die mit RQMD berechnet wurden, kommt es zu einer Abweichung der Werte über den Fehlerbereich hinaus. Die durch Fehlerbalken gekennzeichneten Bereiche geben nur die statistische Unsicherheit an. Wie Untersuchungen in [Sch98] gezeigt haben, liegt die systematische Unsicherheit bei einer Bestimmung durch Anpassung mit einer Gaußverteilung von $\langle p_x \rangle$ bei 11%. Für die Punkte, bei denen die Abweichung auftaucht, wurde diese Methode verwendet, um sie zu berechnen. Berücksichtigt man eine systematische Unsicherheit in dieser Größenordnung, so sind auch diese Werte von $\langle p_x \rangle$ im Rahmen der Unsicherheiten miteinander verträglich.

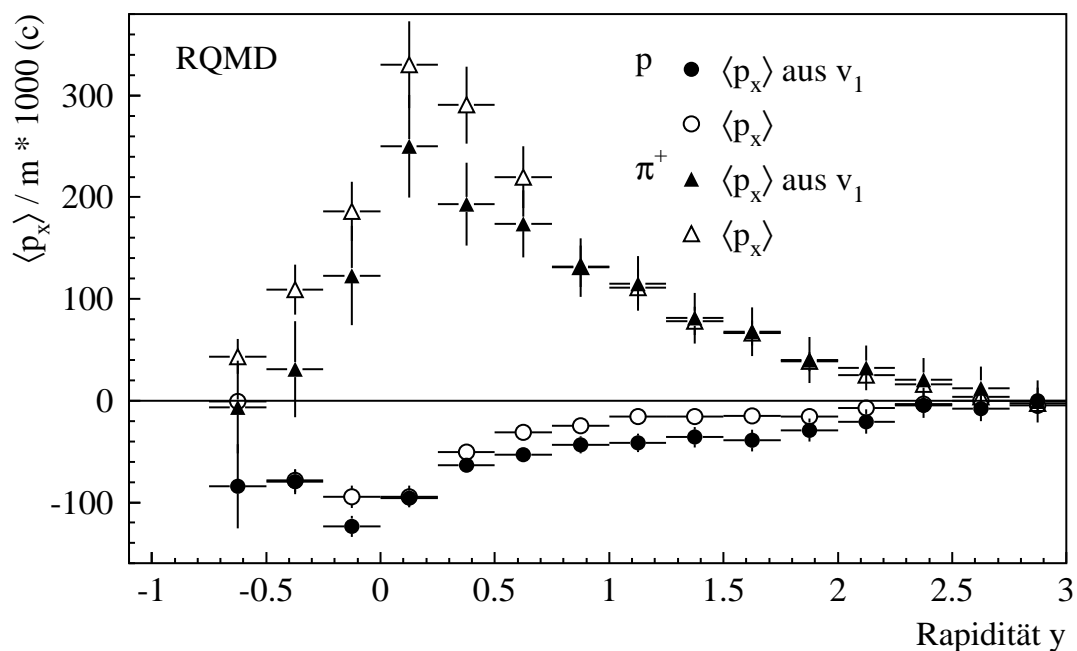


Abbildung 7.22: Mittlerer Transversalimpuls der Protonen und Pionen aus Reaktionen mit 20%-40% σ_{mb} . Die Ergebnisse der Berechnung von $\langle p_x \rangle$ aus v_1 sind als gefüllte Symbole dargestellt.

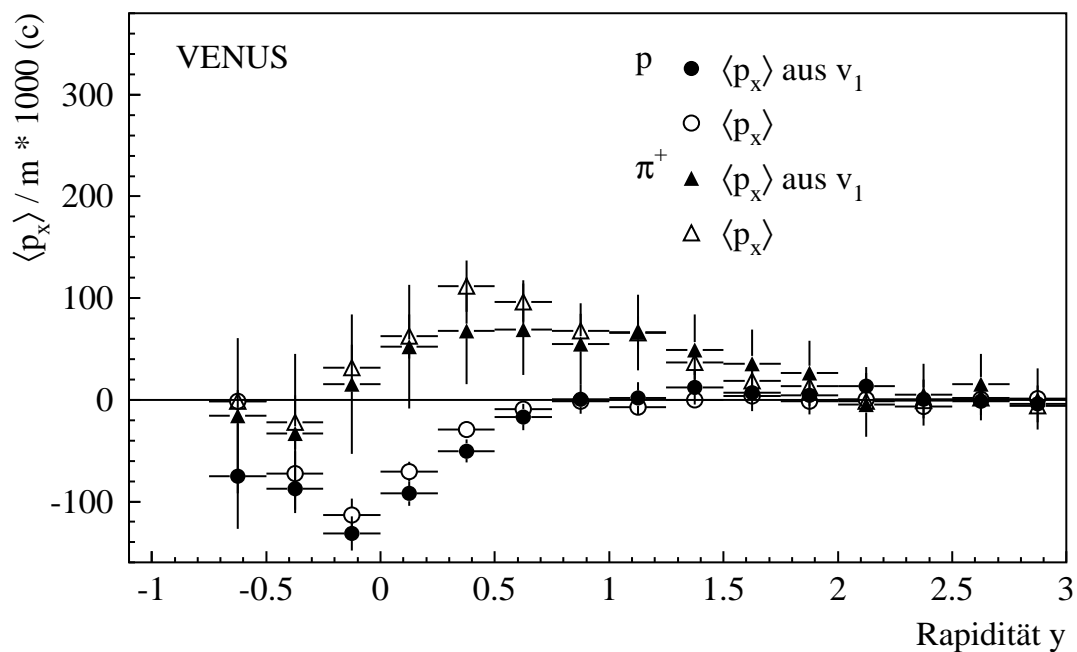


Abbildung 7.23: Mittlerer Transversalimpuls der Protonen aus Reaktionen mit 20%-40% σ_{mb} . Die Berechnungen wurden mit dem Modell VENUS durchgeführt.

7.8 Zusammenfassung

Die Beschreibung von Schwerionenreaktionen mit Hilfe von numerischen Modellen erlaubt es, systematische Unsicherheiten der Reaktionsebenenberechnung zu untersuchen. In Abschnitt 7.4 wurde die Unsicherheit der Reaktionsebenenauflösung mit dem Modell RQMD analysiert. Dabei konnte festgestellt werden, daß einige Annahmen über die Unabhängigkeit der Subevents hinterfragt werden müssen.

Bei den verschiedenen Arten kollektiver Bewegung ist die Beschreibung durch die Modelle VENUS und RQMD sehr unterschiedlich. Beide Modelle überschätzen aber den Fluß der Protonen gegenüber dem im WA98-Experiment gemessenen. Die VENUS-Ergebnisse stimmen besser mit dem Experiment überein (siehe Abschnitt 7.5.1).

Der Fluß von positiven Pionen wird durch VENUS nicht so gut beschrieben wie durch RQMD. Dies ist ein Zeichen für eine schlechtere Beschreibung von Wechselwirkungen zwischen Pionen und Nukleonen. Die alternative Beschreibung des gerichteten Fluß durch den mittleren Transversalimpuls in x-Richtung ist mit der Fourier-Analyse in Einklang (siehe Abschnitt 7.7).

8. Programm π -Wolke

Bisher wurde die kollektive Bewegung der Protonen und positiv geladener Pionen bei verschiedenen Zentralitäten, Rapiditäten und in Abhängigkeit vom Transversalimpuls betrachtet. Eines der Hauptinteressen im WA98-Experiment ist der Nachweis und die Untersuchung von neutralen Mesonen und Photonen bei mittleren Rapiditäten. Ein großer Anteil der Photonen stammt aus dem Zerfall neutraler Pionen. Daher erlaubt die Messung des Flußverhaltens von Photonen einen Rückschluß auf den Fluß der neutralen Pionen.

Um das Verhältnis des Flusses in diesen beiden Teilchenarten mit den Mitteln numerischer Modelle beschreiben zu können, wurde in einem neuen Modell, das im weiteren als π -Wolke bezeichnet wird, eine Anzahl von neutralen Pionen in einer Reaktionszone verteilt. Durch Anwendung von JETSET-Routinen¹ auf diese Verteilung wurde in einem weiteren Schritt das Zerfallen der Pionen simuliert.

Zur Analyse der Zerfallsphotonen wurden die Fourier-Koeffizienten v_1 und v_2 berechnet und ihre Abhängigkeit von der Rapidität und dem transversalen Impuls bestimmt.

8.1 Beschreibung des Modells

Das Modell π -Wolke beschreibt die Bewegung und den Zerfall von neutralen Pionen in einer sehr vereinfachten Weise. Es wird nur die Bewegung und der Zerfall von neutralen Pionen betrachtet, der Einfluß von Target- und Projektil-Fragmenten oder von anderen Teilchen wird in diesem Modell nicht berücksichtigt.

Die Pionen werden im ersten Schritt der Simulation symmetrisch im Inneren einer Kugel mit Radius 5 fm verteilt. Der Transversalimpuls wird durch eine Exponentialfunktion in einem Bereich von $p_T < 2.5 \text{ GeV}/c$ entsprechend

$$\frac{dN}{d\vec{p}_T} = \frac{dN}{2\pi p_T dp_T} = C e^{-p_T/T} \quad (8.1)$$

verteilt. Hierbei wurde für die Variable T ein Wert von $T = 217 \text{ MeV}$ angenommen, was den experimentellen Ergebnissen für zentrale Pb+Pb-Reaktionen entspricht [Blu98]. Die Rapidität wurde entsprechend einer Gaußverteilung mit einer Standardabweichung von $\sigma = 1.4$ und einem Mittelwert von $\mu = 3.0$ verteilt [Jon96]. Die Verteilung des Longitudinalimpulses und der Energie wurde aus der Rapiditätsverteilung berechnet (siehe

¹Die JETSET-Routinen beruhen auf dem LUND-Modell und sehen keine Methoden für die Wechselwirkung der Pionen untereinander vor. Der Einfluß dieser Wechselwirkung auf die kollektive Bewegung könnte aber von großer Wichtigkeit sein [Fil96].

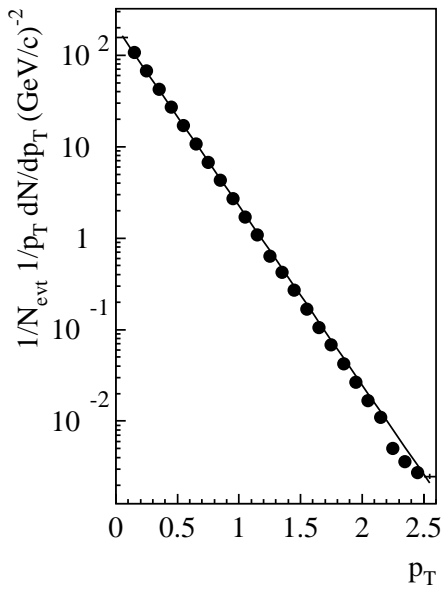


Abbildung 8.1: Die Verteilung des Transversalimpulses der neutralen Pionen im Modell π -Wolke. Das Ergebnis der Anpassung mit Gleichung 8.1 ist als Linie dargestellt.

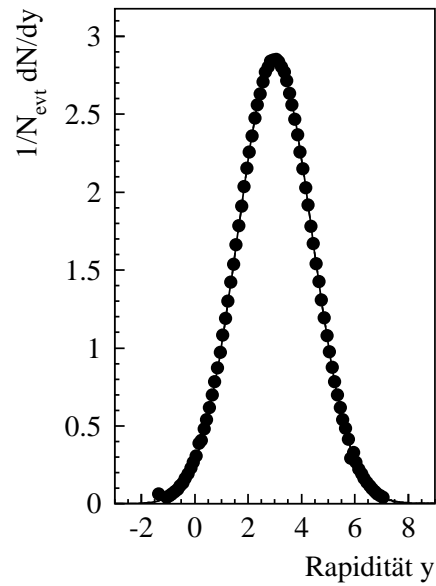


Abbildung 8.2: Die Rapidity-Verteilung der neutralen Pionen entspricht einer Gaußverteilung mit $\sigma = 1.4$ und einem Mittelwert von $\mu = 3.0$.

Anhang A). In Abbildung 8.1 ist die Verteilung des Transversalimpulses der neutralen Pionen dargestellt. An die Verteilung wurde eine Exponentialfunktion angepaßt, um zu überprüfen, ob die Verteilung durch den Zufallsgenerator den Erwartungen entspricht. Die Anpassung ergibt einen Wert $T = 216.9 \pm 0.03$, was mit dem in der Simulation verwendeten Parameter übereinstimmt.

Im ersten Schritt ist noch keine kollektive Bewegung der neutralen Pionen im Modell vorhanden. Durch die Methode der *Inversen-Transformation* kann die Verteilung der Azimutalwinkel so geändert werden, daß jeder beliebige Fluß, der sich durch

$$\frac{dN}{d(\phi - \psi)} = N_0 \{1 + 2v_1(p_T, y) \cos(\phi - \psi) + 2v_2(p_T, y) \cos(2(\phi - \psi))\} \quad (8.2)$$

beschreiben läßt, erzeugt werden kann. Die Reaktionsebene wurde bei der Erzeugung des Flusses in allen Reaktionen als feststehend angenommen ($\psi = 0$).

Bei der Methode der Inversen-Transformation wird eine gleichverteilte Zufallsgröße x in eine andere Zufallsgröße y umgerechnet, die einer Verteilung $p(y)$ gehorcht, indem

$$y(x) = F^{-1}(x)$$

berechnet wird, wobei F^{-1} die Umkehrfunktion von

$$F(y) = \int_0^y p(y') dy'$$

ist (siehe auch [Pre87, Cas98]). Kollektive Bewegung wird im Modell durch Änderung der Azimutalwinkelverteilung der Pionen erzeugt. Dazu wird der Winkel so transformiert, daß er der Verteilung (8.2) entspricht².

$$\begin{aligned}
 a_1(y) &= v_{1,max} \frac{y - y_{cm}}{y_{cm}} \\
 b_1(p_T) &= 1 - \frac{1}{1 + (m_1/v_{1,max})p_T} \\
 a_2(y) &= v_{2,max} \left(1 - \left| \frac{(y - y_{cm})}{y_{cm}} \right| \right) \\
 b_2(p_T) &= 1 - \frac{1}{1 + (m_2/v_{2,max})p_T}
 \end{aligned} \tag{8.3}$$

Dabei bezeichnet $y_{cm} = 2.9$ die mittlere Rapidität. Dieser Ansatz erfüllt zwei wichtige Forderungen, die an eine Funktion zur Beschreibung von v_n gestellt werden muß. Die Koeffizienten $v_n(p_T, y)$ mit $n = 1, 2$ sind dabei Funktionen des Transversalimpulses und der Rapidität. Aufgrund der Impulserhaltung und der Symmetrie zwischen Target- und Projektil-Bezugssystem ist das Vorzeichen von $v_1(y)$ in beiden Systemen unterschiedlich. Als Ansatz für die Funktionen $v_n(p_T, y)$ wird angenommen, daß sich v_n als Produkt schreiben läßt:

$$v_n(p_T, y) = a_n(y)b_n(p_T) \tag{8.4}$$

Für die Funktionen $a_n(y)$ und $b_n(p_T)$ wurde dann folgende Parametrisierung vorgenommen:

1. Für kleine Werte von p_T ist die Steigung linear und hat einen Wert von m_n . Dieser kann in Übereinstimmung mit den experimentellen Beobachtungen gebracht werden.
2. Wird p_T groß, so strebt $b_n(p_T)$ einen Grenzwert an, was im Experiment beobachtet wird [Bar97].

Die Parameter, die in der Simulation verwendet werden, sind in Tabelle 8.1 zusammengestellt. In Abbildung 8.3 ist die Abhängigkeit von p_T im Pseudorapiditätsbereich des Plastic-Balls dargestellt. Die Winkelverteilung ist vor dem Aufprägen von Fluß flach:

²Es wäre aber auch möglich, die Verteilung des Transversalimpulses zu verändern und so Fluß zu erzeugen.

<i>Parameter von π-Wolke</i>		
	$n = 1$	$n = 2$
m_n	1.325	0.05
$v_{n,max}$	0.2	0.35

Table 8.1: Parameter, die im Modell π -Wolke verwendet werden, um die kollektive Bewegung der neutralen Pionen zu beschreiben. Die Parameter wurden aus dem Fluß positiver Pionen ermittelt [Sch98].

Nach der Veränderung der Winkelverteilung ist zu erkennen, daß eine Korrelation zwischen der Teilchenemission und der Reaktionsebene besteht. Der Vergleich der Kollektivbewegung von neutralen Pionen und deren Zerfallsphotonen wird nun anhand der Abhängigkeit von der Rapidity und bezüglich des Transversalimpulses untersucht.

8.2 Vergleich des Flusses von Pionen und Photonen

Zum Vergleich der kollektiven Bewegung von π^0 und deren Zerfallsphotonen sind in Abbildung 8.4 die Werte von v_n als Funktion der Rapidity wiedergegeben. Der Maximalwert von v_1 liegt bei den Pionen bei etwa 16%. Der lineare Abfall mit Zunahme der Rapidity entspricht dem in der Simulation verwendeten Ansatz. Bei ungefähr 11% liegt der Maximalwert des gerichteten Flusses der Zerfallsphotonen. Die Abnahme des gerichteten Flusses ist bei den Photonen nicht mehr linear. Im Bereich von Target- und Projektilrapidity ist die Steigung von $v_1(y)$ kleiner als bei mittleren Rapiditäten.

Der elliptische Fluß der Pionen ist mit 2% bei mittleren Rapiditäten am größten und fällt zu höheren und niedrigeren Rapiditäten hin ab. Auch dies spiegelt die Parametrisierung des Modells wieder. Der Vergleich mit dem v_2 der Zerfallsphotonen zeigt kaum eine Veränderung, auch hier liegt der Maximalwert bei 2%. Die Betrachtung der Zerfallsphotonen in Abhängigkeit von der Rapidity zeigt keinen grundsätzlichen Unterschied zwischen Pionen und Photonen auf.

Das Verhalten von v_n der Pionen und Photonen mit Änderung des Transversalimpulses wurde für beide Teilchenarten in zwei Rapidityintervallen untersucht, wobei das eine Rapidityintervall in der Nähe von Targetrapidity und das andere unterhalb der mittleren Rapidity liegt. Diese Rapidityfenster entsprechen dabei denen des Plastic-Balls und des LEDA. Die Ergebnisse der Simulationen mit π -Wolke sind in Darstellung 8.5 abgebildet. Im Bereich um die Targetrapidity ist der elliptische Fluß der Pionen und Photonen mit

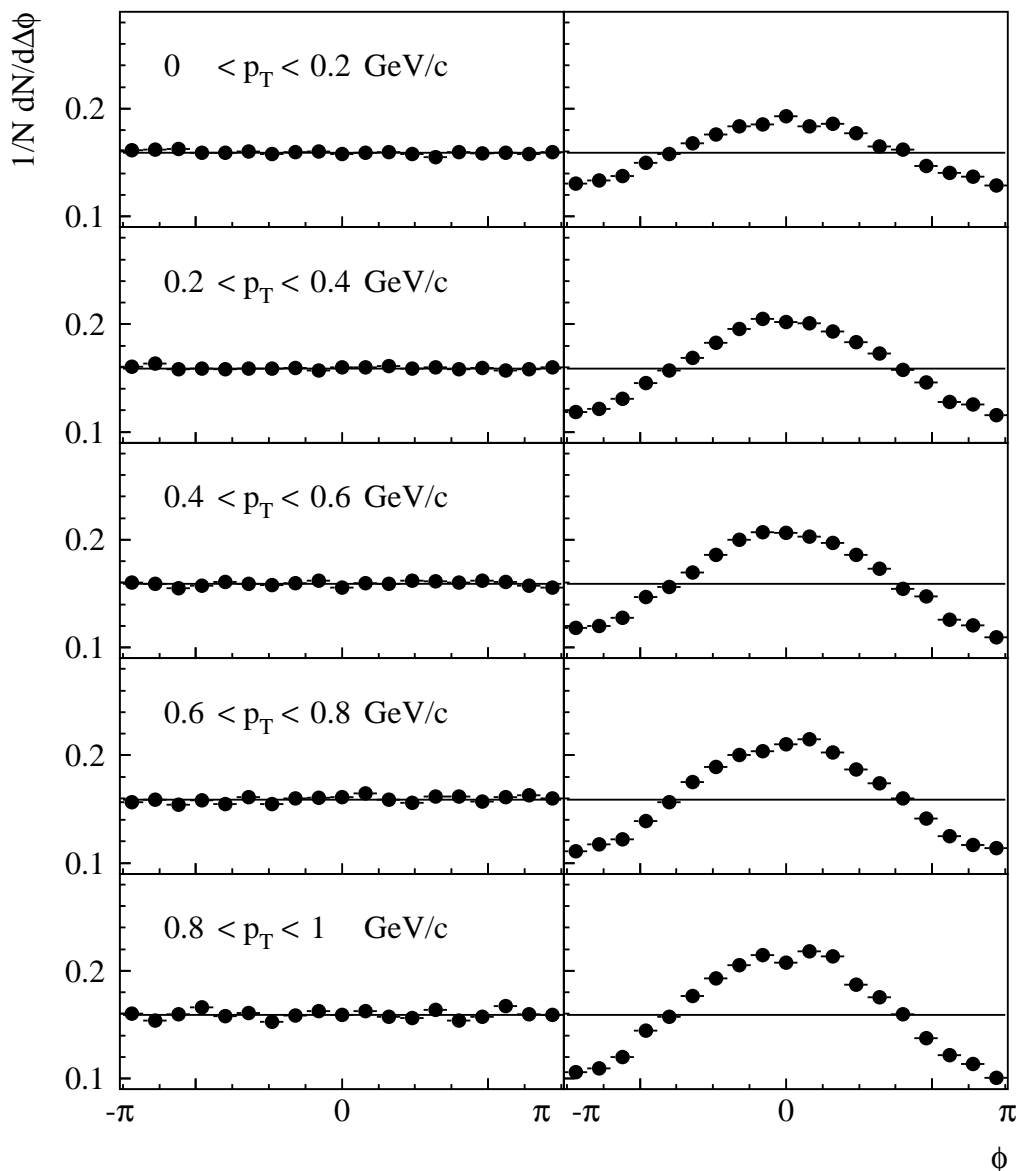


Abbildung 8.3: Die Verteilung der Relativwinkel in Abhängigkeit vom Transversalimpuls p_T für $-1.74 < \eta < 1.32$. Im linken Teil der Abbildung ist die Winkelkorrelation der Pionen bezüglich der Reaktionsebene gezeigt, bevor Fluß erzeugt wurde. Daneben ist die Winkelkorrelation abgebildet, nachdem Fluß hinzugefügt wurde.

einem Wert von null verträglich. Der gerichtete Fluß, der durch v_1 beschrieben wird, steigt mit zunehmendem Transversalimpuls an: Der Anstieg wird aber immer kleiner und strebt einen Grenzwert an. Dieses Verhalten entspricht dem durch den Ansatz erwarteten. Das Maximum von v_1 liegt bei den Pionen in diesem Rapiditätsintervall bei 16%. Der Fluß

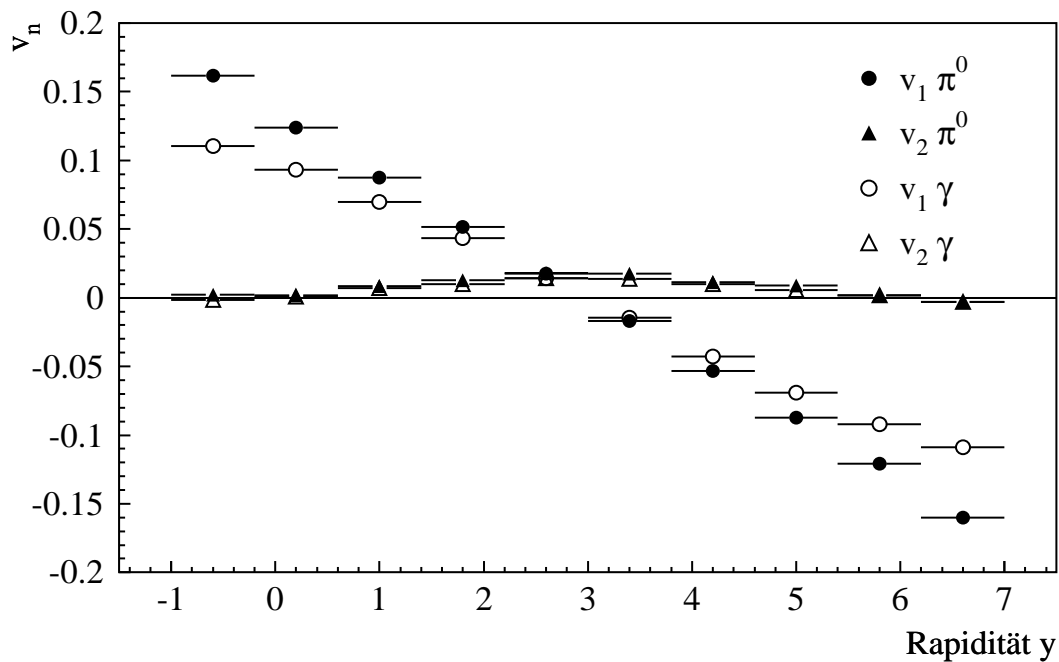


Abbildung 8.4: Gerichtetes und elliptisches Fließ als Funktion der Rapazität. Der Fluß wird durch die Gleichungen (8.3) beschrieben.

der Zerfallsphotonen ist in dem gleichen Rapazitätsintervall dem der Pionen vergleichbar. Bei mittleren Rapazitäten geht der Fourier-Koeffizient v_1 der Pionen für kleine Transversalimpulse nicht auf null zurück, was die Grenzen der Methoden zur Aufprägung des Flusses widerspiegelt. Der größte Wert von v_1 liegt bei den Pionen bei etwa 2%. Beim gerichtetem Fluß der Photonen ist ein Anstieg mit dem Transversalimpuls zu beobachten. Die maximale Größe des gerichtetem Flusses liegt auch hier bei 2%.

Für größere Transversalimpulse ist der elliptische Fluß stärker als der gerichtetem. Bei den Pionen liegt der maximale elliptische Fluß bei ungefähr 2.5%. Der elliptische Fluß der Photonen ist deutlich höher und erreicht sein Maximum mit 4%.

Wie die Vergleiche von gerichtetem und elliptischem Fluß für Pionen und Zerfallsphotonen zeigen, ist der gerichtetem Fluß der Pionen im Targetrapazitätsbereich stärker als der Fluß der Zerfallsphotonen. Der Unterschied ist aber nur gering. Ein anderes Bild ergibt der Vergleich der kollektiven Bewegung bei mittleren Rapazitäten. Der gerichtetem Fluß

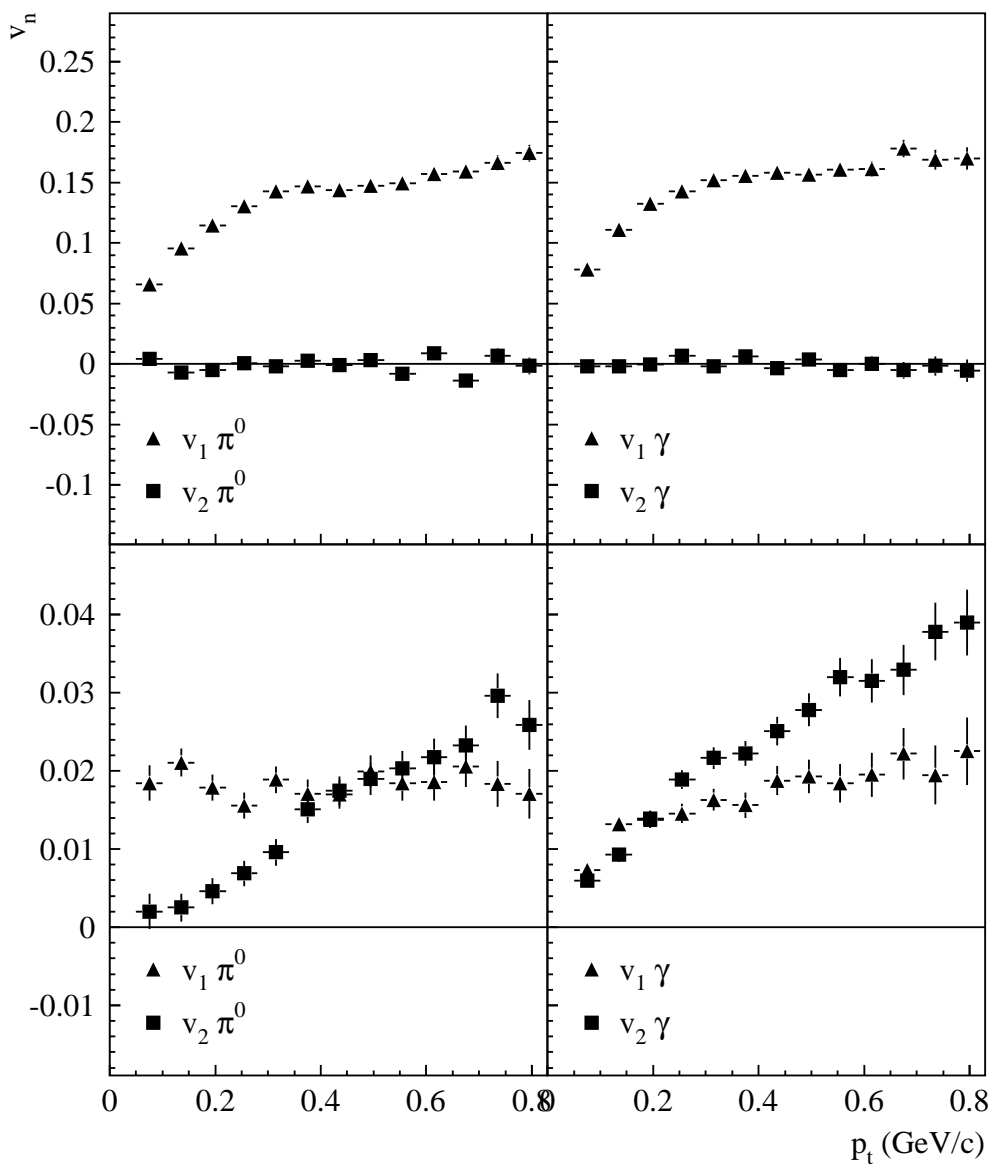


Abbildung 8.5: Fourier-Koeffizienten von Pionen und Zerfallphotonen in zwei Rapiditätsintervallen. Die linke Hälfte zeigt die Ergebnisse für den Bereich der Targetrapidität, die rechte Hälfte die Ergebnisse für mittlere Rapidität.

der beiden Teilchenarten ist immer noch vergleichbar, doch ist das Maximum von $v_2(p_T)$ für Zerfallsphotonen doppelt so groß wie für Pionen.

9. Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit werden hochenergetische $^{208}\text{Pb}+\text{Pb}$ -Reaktionen bei 158 AGeV mit numerischen Modellen berechnet und mit den Ergebnissen des CERN-Experiments WA98 verglichen. Bei den Analysen werden zwei Schwerpunkte gesetzt: In der ersten Hälfte dieser Arbeit richtet sich das besondere Augenmerk auf die Zentralitätsabhängigkeit der Teilchenproduktion. Die zweite Hälfte befaßt sich mit der Untersuchung kollektiver Bewegung von Protonen sowie positiv geladener und neutraler Pionen. Der kollektive Fluß wird als Funktion der Zentralität, der Rapidität und des Transversalimpulses untersucht.

Als eines der Hauptziele der Untersuchungen ultrarelativistischer Schwerionenreaktionen gilt der Nachweis und die Untersuchung eines neuen Materiezustands, des Quark-Gluon-Plasmas. Um diese Ziel zu erreichen, müssen die Ergebnisse von ultrarelativistischen Schwerionenreaktionen mit denen von Kollisionen bei geringeren Energien und von leichteren Kernen verglichen werden. Aber auch die Gegenüberstellung von Modellrechnungen liefert entscheidende Hinweise. Das Ziel der in dieser Arbeit durchgeführten Analysen ist es, durch die bekannten Eigenschaften der Modelle ein besseres Verständnis für die gemessenen Pb+Pb-Reaktionen zu entwickeln und Größen zu berechnen, die sich einer direkten Messung entziehen.

Einen Hinweis auf die Existenz des Quark-Gluon-Plasmas kann die Untersuchung der Zentralitätsabhängigkeit der Teilchenproduktion liefern, da eine Änderung der Produktion durch die Veränderung der Reaktionsdynamik begründet sein kann. Um eine Analyse der Zentralitätsabhängigkeit durchführen zu können, wird ein Maß der Größe des Reaktionssystems und damit der Zentralität gebraucht. Ein besonders geeignetes Maß ist die Anzahl der Participants und der Nukleon-Nukleon-Kollisionen, da mit diesen Größen mikroskopische Variablen gegeben sind. Die Werte dieser Größen sind nicht experimentell zugänglich. Besonderer Wert wird deshalb auf deren genaue Berechnung durch Modelle gelegt. Die systematischen Unsicherheiten, die bei den Rechnungen auftreten, werden detailliert behandelt. Dazu werden Einflüsse der Minimum-Bias-Schwelle, der Energieauflösung, der Kerndichteverteilung und der speziellen Modellannahmen von VENUS untersucht. Dabei wird festgestellt, daß die Unsicherheit bei der Bestimmung der Participants 10% in zentralen und 28% in peripheren Reaktionen beiträgt. Für die Anzahl der binären Kollisionen ist die Unsicherheit größer und beträgt 16% in zentralen und 38% in peripheren Reaktionen. Die Hauptquelle der systematischen Unsicherheit ist die Unsicherheit bei der Bestimmung des Minimum-Bias-Querschnitts. Als systematische Unsicherheit dieser Größe wurden 10% angenommen, was eine sehr konservative Abschätzung ist. Mit ei-

ner genaueren Untersuchung dieser Unsicherheit ist es möglich, eine genauere Angabe zu machen.

Mit Hilfe dieser Werte wird ein Skalierungsexponent berechnet, mit dem sich die Teilchenproduktion in verschiedenen Zentralitätsklassen beschreiben läßt. Das Wounded-Nukleon-Modell sagt voraus, daß dieser Exponent für die Anzahl der Participants gleich eins ist. Als Ergebnis der Berechnungen mit dem Modell VENUS ergibt sich ein Skalierungsexponent größer als eins; grundsätzlich wird dies so auch im WA98-Experiment gefunden: Dort ist der Skalierungsexponent kleiner und beschreibt das Verhalten in unterschiedlichen Zentralitätsklassen. In den mit VENUS berechneten Reaktionen kann die Zunahme der Teilchenproduktion nicht durch nur einen solchen Skalierungsexponenten alleine beschrieben werden.

Kollektive Bewegung oder auch Fluß sind experimentelle Zugänge zur Zustandsgleichung der Kernmaterie in der Reaktionszone. Die kollektive Bewegung der Teilchen in numerischen Modellen ist das Thema der letzten Kapitel. Obwohl die Modelle keine hydrodynamische Beschreibung der Pb+Pb-Kollisionen beinhalten, kann es zu einer Kollektivbewegung kommen. Die zur Simulation verwendeten Modelle VENUS und RQMD sehen einen Mechanismus für sekundäre Wechselwirkungen vor. Durch mehrere solcher Kollisionen kann es zu einer kollektiven Bewegung kommen.

Die Untersuchung der kollektiven Bewegung setzt voraus, daß die Reaktionsebene bekannt ist oder rekonstruiert werden kann. Eine Rekonstruktion ist mit einer endlichen Zahl von Teilchen nicht ohne Unsicherheit möglich. Diese Unsicherheit wird durch die Auflösung der Reaktionsebene beschrieben. Berechnungen mit RQMD zeigen, daß die Annahmen, die gemacht werden, um die Auflösung im Experiment zu berechnen, untersucht werden müssen.

Als ein Maß für den Fluß werden die Fourier-Koeffizienten v_1 und v_2 sowie der mittlere Transversalimpuls in x-Richtung $\langle p_x \rangle$ verwendet. Auch hier wird die Zentralitätsabhängigkeit analysiert, aber auch die Abhängigkeit vom Transversalimpuls und der Rapidität. Als Ergebnis dieser Untersuchungen findet man, daß der Fluß durch das Modell RQMD für Protonen und Pionen überschätzt wird. Die Simulationsergebnisse von VENUS zeigen für Protonen eine bessere Beschreibung als RQMD. Sie können die kollektive Bewegung der Pionen jedoch nicht reproduzieren. Als Ursache wird angenommen, daß die sekundären Wechselwirkungen zwischen Pionen und Nukleonen durch VENUS nicht der physikalischen Realität entsprechen.

Abschließend wird ein einfaches Spielzeugmodell vorgeschlagen, mit dem der Fluß von Zerfallsphotonen aus dem Zerfall von neutralen Pionen untersucht wird. Mit diesem Modell kann gezeigt werden, daß der Fluß der Zerfallsphotonen bei mittleren Rapiditäten stärker ist als der der neutralen Pionen. Dieses Modell ist nur eine sehr einfache Beschreibung der Situation in Schwerionenreaktionen.

Die benutzten Modelle zur Beschreibung von ultrarelativistischen Schwerionenkollisionen stoßen bei der Berechnung kollektiver Bewegung an ihre Grenzen. Sie eignen sich aber aufgrund ihren Eigenschaften dazu, selektiv den Einfluß bestimmter physikalischer Effekte und Größen auf die Meßgrößen zu bestimmen. Damit können diese Meßgrößen gezielt auf ihre systematische Unsicherheit hin untersucht werden. Zusätzlich ist es möglich, die Bedeutung einzelner Vorgänge, wie zum Beispiel der Wechselwirkung produzierter Teilchen mit der Kernmaterie, besser zu bewerten und so eine genauere Vorstellung über die Schwerionenreaktionen zu erhalten.

A. Kinematische Variablen

Die Raum-Zeit-Punkte lassen sich in der speziellen Relativitätstheorie durch Vierervektoren darstellen:

$$x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, \vec{x}) = (t, x, y, z) \quad (\text{A.1})$$

Entsprechend hierzu ist der Viererimpuls definiert als:

$$p^\mu = (p^0, p^1, p^2, p^3) = (E, \vec{p}) = (E, p_x, p_y, p_z) \quad (\text{A.2})$$

Zur Vereinfachung der Rechnungen und Verbesserung der Übersichtlichkeit werden meist natürliche Einheiten benutzt, in denen $c \equiv \hbar \equiv 1$ ist. Die Strahlrichtung wird als z -Richtung angenommen. Daher kann man p_T und p_{\parallel} durch

$$p_T = p \sin(\Theta) = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \quad (\text{A.3})$$

$$p_{\parallel} = p \cos(\Theta) = p_z \quad (\text{A.4})$$

ausdrücken. Eine nützliche Variable zur Beschreibung der Kinematik ist die Rapidity. Sie ist als Funktion von E und p_{\parallel} definiert als:

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_{\parallel}}{E - p_{\parallel}} \right) \\ &= \operatorname{arctanh} \left(\frac{p_{\parallel}}{E} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Umgekehrt lassen sich auch E und p_{\parallel} durch die Rapidity ausdrücken:

$$E = m_T \cosh(y) \quad (\text{A.6})$$

$$p_{\parallel} = m_T \sinh(y) \quad (\text{A.7})$$

, mit $m_T^2 = m^2 + p_T^2$.

Im Experiment ist es oft einfacher, nicht die Rapidity, sondern die Pseudorapidity zu messen, da man hierfür nur eine Größe bestimmen muß.

$$\begin{aligned} \eta &= -\ln \left[\tan \left(\frac{\Theta}{2} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \ln \left(\frac{p + p_{\parallel}}{p - p_{\parallel}} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Im Fall von masselosen Teilchen sind Rapidity und Pseudorapidity gleich.

B. N_{part} und N_{coll} für verschiedene Zentralitätsklassen

Wie in 5 beschrieben wurde, wurden die Reaktionen in Zentralitätsklassen eingeteilt, die prozentualen Anteilen am Gesamtwirkungsquerschnitt entsprechen. Die hier angegebenen Werte für die Größen von N_{part} und N_{coll} wurden mit dem Programm VENUS berechnet. Dabei wurde die in Abschnitt 5.1.1 berechnete Schwelle von $E_T = 4.5$ GeV für die transversale Energie im MIRAC als Minimum-Bias-Schwelle verwendet.

N_{part} und N_{coll} mit den optimalen Einstellungen

Zentralität ($\frac{\sigma}{\sigma_0}$)	MIRAC		ZDC	
	N_{part}	N_{coll}	N_{part}	N_{coll}
0 - 1	382.2 ± 0.3	810.5 ± 1.5	381.7 ± 0.3	811.9 ± 1.6
1 - 5	356.1 ± 0.3	740.2 ± 1.0	356.4 ± 0.3	740.1 ± 1.0
5 - 10	310.7 ± 0.3	620.5 ± 0.9	310.5 ± 0.3	620.0 ± 1.0
10 - 15	269.6 ± 0.3	517.4 ± 0.8	269.1 ± 0.3	515.6 ± 0.9
15 - 20	233.5 ± 0.3	430.6 ± 0.8	233.3 ± 0.3	430.3 ± 0.9
20 - 25	201.4 ± 0.3	355.5 ± 0.7	201.5 ± 0.3	355.7 ± 0.8
25 - 30	173.3 ± 0.3	292.6 ± 0.7	173.6 ± 0.3	292.6 ± 0.8
30 - 35	149.2 ± 0.2	239.8 ± 0.6	148.3 ± 0.3	238.0 ± 0.7
35 - 40	127.9 ± 0.2	196.1 ± 0.5	127.5 ± 0.3	196.0 ± 0.6
40 - 45	109.3 ± 0.2	159.6 ± 0.5	109.2 ± 0.3	159.5 ± 0.6
45 - 50	91.3 ± 0.2	125.8 ± 0.4	90.7 ± 0.3	125.6 ± 0.5
50 - 55	76.0 ± 0.2	99.2 ± 0.4	75.4 ± 0.3	98.5 ± 0.5
55 - 60	62.4 ± 0.2	76.4 ± 0.3	61.8 ± 0.3	75.9 ± 0.4
60 - 65	50.6 ± 0.2	58.5 ± 0.3	49.7 ± 0.3	57.7 ± 0.4
65 - 70	41.1 ± 0.1	44.7 ± 0.2	38.9 ± 0.2	42.4 ± 0.3
70 - 75	32.3 ± 0.1	32.8 ± 0.2	31.1 ± 0.2	32.1 ± 0.3
75 - 80	24.9 ± 0.1	23.6 ± 0.1	24.9 ± 0.2	24.5 ± 0.3
80 - 85	19.4 ± 0.1	17.3 ± 0.1	19.9 ± 0.2	18.5 ± 0.2
85 - 90	14.4 ± 0.1	12.0 ± 0.1	16.7 ± 0.2	15.0 ± 0.2
90 - 95	11.1 ± 0.1	8.7 ± 0.1	14.1 ± 0.1	12.0 ± 0.1
95 - 100	8.4 ± 0.1	6.3 ± 0.1	11.9 ± 0.1	9.6 ± 0.1

N_{part} und N_{coll} bei veränderter Nukleonendichte

Zentralität ($\frac{\sigma}{\sigma_0}$)	MIRAC		ZDC	
	N_{part}	N_{coll}	N_{part}	N_{coll}
0 - 1	380.3 ± 0.8	831.1 ± 3.6	384.0 ± 0.6	839.9 ± 3.1
1 - 5	356.7 ± 0.6	758.7 ± 2.2	357.4 ± 0.6	759.1 ± 2.0
5 - 10	313.7 ± 0.7	639.4 ± 1.9	313.4 ± 0.6	638.0 ± 1.9
10 - 15	271.9 ± 0.6	531.9 ± 1.8	271.3 ± 0.6	530.4 ± 1.8
15 - 20	235.0 ± 0.6	440.0 ± 1.6	234.8 ± 0.6	439.4 ± 1.7
20 - 25	202.4 ± 0.6	361.8 ± 1.5	202.1 ± 0.6	360.6 ± 1.5
25 - 30	174.6 ± 0.5	298.0 ± 1.3	173.4 ± 0.6	294.9 ± 1.5
30 - 35	149.4 ± 0.5	241.2 ± 1.2	149.0 ± 0.5	242.1 ± 1.3
35 - 40	128.0 ± 0.5	195.6 ± 1.0	128.2 ± 0.5	195.5 ± 1.1
40 - 45	108.1 ± 0.4	156.7 ± 0.9	105.9 ± 0.5	152.4 ± 1.1
45 - 50	91.1 ± 0.4	125.5 ± 0.8	90.2 ± 0.5	124.7 ± 1.0
50 - 55	76.1 ± 0.4	97.9 ± 0.7	74.8 ± 0.5	96.2 ± 0.9
55 - 60	62.2 ± 0.3	75.0 ± 0.6	60.8 ± 0.5	73.8 ± 0.8
60 - 65	50.5 ± 0.3	57.2 ± 0.5	49.5 ± 0.5	56.7 ± 0.7
65 - 70	39.9 ± 0.3	42.3 ± 0.4	37.2 ± 0.5	39.6 ± 0.6
70 - 75	31.6 ± 0.3	31.3 ± 0.3	29.8 ± 0.4	30.3 ± 0.6
75 - 80	24.8 ± 0.2	22.9 ± 0.2	24.2 ± 0.4	23.4 ± 0.5
80 - 85	18.5 ± 0.2	16.1 ± 0.2	18.9 ± 0.3	17.1 ± 0.4
85 - 90	14.3 ± 0.2	11.7 ± 0.2	16.7 ± 0.3	14.7 ± 0.3
90 - 95	10.7 ± 0.1	8.3 ± 0.1	13.8 ± 0.2	11.6 ± 0.2
95 - 100	7.8 ± 0.1	5.7 ± 0.1	11.3 ± 0.2	9.1 ± 0.2

N_{part} und N_{coll} bei verschlechterter Auflösung

Zentralität ($\frac{\sigma}{\sigma_0}$)	MIRAC		ZDC	
	N_{part}	N_{coll}	N_{part}	N_{coll}
0 - 1	379.6 ± 0.6	808.2 ± 2.2	383.9 ± 0.4	818.6 ± 1.8
1 - 5	355.3 ± 0.5	737.9 ± 1.4	356.9 ± 0.4	741.1 ± 1.2
5 - 10	312.1 ± 0.5	624.3 ± 1.3	311.9 ± 0.4	623.1 ± 1.1
10 - 15	270.0 ± 0.4	517.8 ± 1.2	269.4 ± 0.4	516.1 ± 1.1
15 - 20	234.1 ± 0.4	432.2 ± 1.1	234.3 ± 0.4	432.1 ± 1.0
20 - 25	202.0 ± 0.4	357.1 ± 1.0	201.5 ± 0.4	355.3 ± 0.9
25 - 30	174.2 ± 0.4	293.8 ± 0.9	173.2 ± 0.3	291.8 ± 0.8
30 - 35	148.9 ± 0.4	239.7 ± 0.8	148.4 ± 0.3	238.7 ± 0.8
35 - 40	127.6 ± 0.3	195.6 ± 0.7	126.8 ± 0.3	194.4 ± 0.7
40 - 45	108.5 ± 0.3	158.6 ± 0.6	107.1 ± 0.3	156.2 ± 0.7
45 - 50	90.7 ± 0.3	125.0 ± 0.5	89.8 ± 0.3	123.7 ± 0.6
50 - 55	75.6 ± 0.3	98.4 ± 0.5	74.2 ± 0.3	96.5 ± 0.6
55 - 60	62.4 ± 0.2	76.6 ± 0.4	60.2 ± 0.3	73.5 ± 0.5
60 - 65	51.0 ± 0.2	58.8 ± 0.3	48.8 ± 0.3	56.5 ± 0.5
65 - 70	40.1 ± 0.2	43.1 ± 0.3	38.1 ± 0.3	41.6 ± 0.4
70 - 75	31.9 ± 0.2	31.9 ± 0.2	29.9 ± 0.3	30.7 ± 0.4
75 - 80	24.8 ± 0.1	23.4 ± 0.2	24.4 ± 0.3	23.9 ± 0.3
80 - 85	19.2 ± 0.1	17.0 ± 0.1	20.4 ± 0.2	19.1 ± 0.3
85 - 90	14.5 ± 0.1	12.2 ± 0.1	17.0 ± 0.2	15.2 ± 0.2
90 - 95	10.9 ± 0.1	8.6 ± 0.1	14.4 ± 0.2	12.4 ± 0.2
95 - 100	8.6 ± 0.1	6.5 ± 0.1	11.8 ± 0.1	9.7 ± 0.1

N_{part} und N_{coll} bei veränderter Minimum-Bias-Schwelle

Zentralität ($\frac{\sigma}{\sigma_0}$)	MIRAC		ZDC	
	N_{part}	N_{coll}	N_{part}	N_{coll}
0 - 1	382.7 ± 0.5	816.8 ± 2.1	384.9 ± 0.4	821.7 ± 1.9
1 - 5	360.4 ± 0.4	751.4 ± 1.3	360.9 ± 0.4	751.5 ± 1.3
5 - 10	320.9 ± 0.4	646.7 ± 1.2	320.8 ± 0.4	646.2 ± 1.1
10 - 15	282.1 ± 0.4	548.7 ± 1.1	281.8 ± 0.4	547.1 ± 1.1
15 - 20	249.9 ± 0.4	468.3 ± 1.0	249.1 ± 0.4	466.4 ± 1.0
20 - 25	219.4 ± 0.4	397.6 ± 1.0	219.2 ± 0.4	396.1 ± 1.0
25 - 30	192.8 ± 0.4	335.4 ± 0.9	192.1 ± 0.4	334.5 ± 0.9
30 - 35	169.0 ± 0.3	282.1 ± 0.8	168.6 ± 0.4	281.4 ± 0.9
35 - 40	147.7 ± 0.3	237.1 ± 0.7	147.1 ± 0.3	236.0 ± 0.8
40 - 45	129.0 ± 0.3	198.4 ± 0.6	127.9 ± 0.3	196.7 ± 0.7
45 - 50	111.6 ± 0.3	164.4 ± 0.6	111.0 ± 0.3	163.4 ± 0.7
50 - 55	95.7 ± 0.3	133.7 ± 0.5	95.0 ± 0.3	133.0 ± 0.6
55 - 60	82.2 ± 0.2	109.7 ± 0.5	80.7 ± 0.3	107.9 ± 0.6
60 - 65	69.4 ± 0.2	87.7 ± 0.4	68.0 ± 0.3	85.7 ± 0.5
65 - 70	58.5 ± 0.2	70.3 ± 0.4	57.1 ± 0.3	68.3 ± 0.5
70 - 75	48.6 ± 0.2	55.2 ± 0.3	47.0 ± 0.3	53.8 ± 0.5
75 - 80	39.6 ± 0.2	42.2 ± 0.2	38.5 ± 0.3	41.8 ± 0.4
80 - 85	32.1 ± 0.2	32.1 ± 0.2	31.9 ± 0.2	32.7 ± 0.3
85 - 90	25.9 ± 0.1	24.6 ± 0.2	27.3 ± 0.2	26.9 ± 0.3
90 - 95	20.7 ± 0.1	18.5 ± 0.1	23.5 ± 0.2	22.3 ± 0.2
96 - 100	16.2 ± 0.1	13.8 ± 0.1	19.8 ± 0.2	17.8 ± 0.2

N_{part} und N_{coll} aus FRITIOF

Zentralität ($\frac{\sigma}{\sigma_0}$)	MIRAC		ZDC	
	N_{part}	N_{coll}	N_{part}	N_{coll}
0 - 1	380.2 ± 0.6	716.7 ± 2.8	380.9 ± 0.6	719.4 ± 2.8
1 - 5	353.9 ± 0.6	658.5 ± 1.8	354.7 ± 0.5	659.9 ± 1.8
5 - 10	310.9 ± 0.5	558.6 ± 1.6	311.4 ± 0.5	560.5 ± 1.5
10 - 15	268.8 ± 0.5	467.1 ± 1.4	268.4 ± 0.5	466.0 ± 1.3
15 - 20	231.9 ± 0.5	387.5 ± 1.3	231.0 ± 0.5	385.2 ± 1.2
20 - 25	200.0 ± 0.4	322.6 ± 1.1	199.5 ± 0.5	320.4 ± 1.2
25 - 30	171.9 ± 0.4	264.0 ± 1.0	170.9 ± 0.5	263.3 ± 1.1
30 - 35	147.3 ± 0.4	218.6 ± 0.8	146.0 ± 0.4	215.3 ± 1.0
35 - 40	125.9 ± 0.3	177.7 ± 0.7	124.7 ± 0.4	176.5 ± 0.8
40 - 45	105.3 ± 0.3	141.7 ± 0.6	105.1 ± 0.4	141.5 ± 0.8
45 - 50	88.8 ± 0.3	114.1 ± 0.5	86.9 ± 0.4	111.0 ± 0.7
50 - 55	72.3 ± 0.2	87.6 ± 0.4	70.8 ± 0.4	86.2 ± 0.6
55 - 60	59.2 ± 0.2	67.6 ± 0.4	56.5 ± 0.4	64.5 ± 0.6
60 - 65	47.8 ± 0.2	51.4 ± 0.3	45.0 ± 0.4	48.6 ± 0.6
65 - 70	37.8 ± 0.2	37.9 ± 0.2	35.1 ± 0.4	35.9 ± 0.5
70 - 75	29.4 ± 0.1	28.0 ± 0.2	28.3 ± 0.4	27.8 ± 0.5
75 - 80	22.4 ± 0.1	19.8 ± 0.2	22.3 ± 0.3	20.5 ± 0.4
80 - 85	16.8 ± 0.1	14.1 ± 0.1	18.6 ± 0.3	16.5 ± 0.3
85 - 90	12.3 ± 0.1	9.6 ± 0.1	15.9 ± 0.2	13.8 ± 0.3
90 - 95	9.2 ± 0.1	6.8 ± 0.1	13.0 ± 0.2	10.6 ± 0.2
95 - 100	6.8 ± 0.1	4.8 ± 0.1	10.9 ± 0.2	8.6 ± 0.2

Literaturverzeichnis

- [Alb91] R. Albrecht *et al.*, Phys. Rev. **C44** (1991) 273 [15](#), [6.1](#), [6.3](#)
- [Agg99] M.M. Aggarwal *et al.* Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 926 [7.1](#)
- [And83] B. Anderson, G. Guterafson, G. Ingelmann und T. Sjöstrand, Phys. Rep. **97** (1983) 31 [4.2.1](#)
- [And87] B. Anderson, G. Guterafson und B. Nielsson-Almqvist, Nucl. Phys. **B 281** (1987)
- [Ans89] A. A. Anselm, Phys. Lett. **B 217** (1989) 169 [2.3.4](#)
- [Art74] X. Artru und G. Mennessier, Nucl. Phys. **B 70** (1974) 93. [11](#)
- [Awe89] T.C. Awes *et al.*, Nucl. Instrum. and Meth. **A 279** (1989) 479 [6](#)
- [Bad82] A. Baden *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **230** (1982) 189 [3.1.3](#)
- [Bar97] J. Barrette *et al.*, Phys. Rev. **C56** (1997) 3254 [7.5.3](#), [2](#)
- [Bec87] P. Beckmann *et al.*, Mod. Phys. Lett. **A 2** (1987) 163 [7.1](#)
- [Bia76] A. Bialas, M. Bleszynski und W. Czyz, Nucl. Phys. **B 111** (1976) 461 [6.1](#)
- [Blu98] C. Blume, *Produktion neutraler Mesonen in heißer hadronischer Materie*, Dissertation, Institut für Kernphysik, Münster, 1998 [8](#), [8.1](#)
- [Bod79] A. Bodek *et al.*, Phys. Rev. **D 20** (1979), 1471. [2.1](#)
- [Boh96] E. Bohne, *Einsatz eines Bleiglasdetektors zur Untersuchung der Produktion neutraler Pionen in ultrarelativistischen bleiinduzierten Schwerionenreaktionen*, Dissertation, Institut für Kernphysik, Münster, 1998 [8](#)
- [Bre69] M. Breidenbach *et al.*, Phys. Rev. Lett. **23** (1969), 935 [2.1](#)
- [Cap81] A. Capella und J. Tran Thanh Van, Z. Phys. **C 10** (1981) 249 [4.2.2](#)
- [Cas98] C. Caso *et al.*, Eur. Phys. J. **C 3** (1998) 1 [4.3](#), [8.1](#)

- [Fil96] P. Filip, *Transversal Flow of Pions as a Consequence of Rescattering Process*, Preprint [hep-ex/9605001](#) (1996) [1](#)
- [Fro77] B. Frois *et al.*, Phys. Rev. Lett. **38** (1977) 152 [16](#), [6.2](#), [6.3](#)
- [Gel64] M. Gell-Mann, Phys. Lett. **8** (1964), 214 [2.1](#)
- [Gon96] M. Gonin *et al.*, Nucl. Phys. **A 610** (1996) 404C [2.3.3](#)
- [Gus84] H. . Gustafsson *et al.*, Phys. Rev. Lett. **52** (1984) 1590 [7.1](#)
- [Gut90] H.H. Gutbrod, K.H. Kampert, B. Kolb, *et al.* Phys. Rev. **C 42** (1990) 640 [7.1](#)
- [Jon96] P. G. Jones *et al.*, Nucl. Phys. **A 610** (1996) 188C [8.1](#)
- [Kar99] F. Karsch, *Lattice QCD at Finite Temperature and Density*, Preprint [hep-lat/9909006](#) (1999) [2.1](#)
- [Kow92] K. L. Kowalski and C. C. Taylor, *Disoriented chiral condensates: A White paper for the full acceptance detector*, Preprint [hep-ph/9211282](#) (1992) [2.3.4](#)
- [Lee94] Y.Y. Lee, *Trigger System for WA98*, Internal Report WA98/94-01, Genf, 1994 [3.1.1](#)
- [Lae96] E. Laermann, Nucl. Phys. **A 610** (1996) 1 [2.1](#)
- [Nil87] B. Nilsson-Almqvist und E. Stenlund, Comput. Phys. Commun. **43** (1987) 387 [4.2.1](#)
- [Oll92] J. Ollitrault, Phys. Rev. **D 46**, 229 (1992) [7.1](#)
- [Oll97] J. Ollitrault, *Reconstructing azimuthal distributions in nucleus-nucleus collisions*, Preprint [nucl-ex/9711003](#) (1997) [7.4](#)
- [Pei97] T. Peitzmann, *Kernmaterie unter extremen Bedingungen - Die experimentelle Suche nach dem Quark-Gluon-Plasma*, Habilitationsschrift, Institut für Kernphysik, Münster, 1997
- [Per87] D. Perkins, *Introduction to High Energy Physics*, Addison-Wesley, (1987) [4.1](#)
- [Pre87] W. H. Press et al, *Numerical Recipes*, Cambridge Universal Press, Cambridge, (1987) [4.3](#), [8.1](#)
- [Pos98] A. M. Poskanzer und S. A. Voloshin, Phys. Rev. **C58** (1998) 1671 [7.2](#), [7.4.1](#)
- [Rey99] K. Reygers, *Teilchenproduktion in ultrarelativistischen p+Pb- und Pb+Pb-Reaktionen*, Dissertation, Institut für Kernphysik, Münster, 1999 [5.1.1](#), [5.2](#), [15](#), [6.1](#), [6.3](#)

- [Sok89] A.D. Sokal, *Monte Carlo Methods in Statistical Mechanics: Foundations and New Algorithms*, Cours de Troisième Cycle de la Suisse Romande, Lausanne, 1989 [4.3](#)
- [Sor89] H. Sorge, H. Stöcker und W. Greiner, Nucl. Phys. **A 498** (1989) 567C [4.2.3](#)
- [Sor92] H. Sorge, M. Berenguer, H. Stöcker and W. Greiner Phys. Lett. **B 289** (1992) 6 [13](#)
- [Sch94] H. Schlagheck, *Konstruktion und Kalibration eines Bleiglaskalorimeters für ultrarelativistische Schwerionenreaktionen*, Institut für Kernphysik, Münster, 1994 [8](#)
- [Sch98] H. Schlagheck, *Collective Flow Phenomena in 33 TeV Pb+Pb Reactions*, Dissertation, Institut für Kernphysik, Münster, 1998 [7](#), [7.1](#), [7.3](#), [7.7](#), [8.1](#)
- [Sjö86] T. Sjöstrand, Comput. Phys. Commun. **39** (1986) 347 [4.2.1](#)
- [Sjo93] T. Sjöstrand, *Pythia 5.7 and Jetset 7.4 Physics and Manual*, (1993)
- [Vod93] A.S. Vodopianov, *ZDC Status Report*, interner Bericht, GSI, Darmstadt, 1993 [6](#)
- [WA98] WA98-Kollaboration, *Proposal for a large Acceptance Hadron and Photon Spectrometer*, CERN/SPSLC 91-17, SPSLC/P260, CERN, Genf, 1991 [3.1](#)
- [Wer93] K. Werner, Phys. Rept. **232** (1993) 87 [4.2.2](#)
- [Wer94] K. Werner, *String Models for Ultrarelativistic Hadronic Interactions: Concepts, Limitations, and New Directions*, Preprint [nucl-th/9411033](#) (1994) [9](#)
- [Won94] C.-Y. Wong, *Introduction to High-Energy Heavy-Ion Collisions*, World Scientific Publishing Co., Singapur, (1994) [4.1](#), [6.2](#)
- [Xu96] N. Xu *et al.* Nucl. Phys. **A 610** (1996) 175C [7.1](#)

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all den Menschen bedanken, die mir geholfen haben, diese Arbeit zu schreiben.

Mein besonderer Dank gilt Professor Dr. R. Santo für seine Unterstützung meiner Arbeit, die guten Arbeitsbedingungen im Institut für Kernphysik, meine Aufenthalte am CERN und die Möglichkeit, an Konferenzen teilnehmen zu können.

Dr. T. Peitzmann möchte ich danken für die Betreuung meiner Diplomarbeit, seine Anregungen und konstruktive Kritik in jeder Phase dieser Arbeit.

Noch ein besonderer Dank an Dr. K. Reygers und Dr. H. Schlagheck. Beiden sei gedankt für die Beantwortung mancher Frage und Hilfestellungen zu jeder Zeit.

Ein Dankeschön auch an Dr. T. C. Awes für seine Arbeit in der WA98-Kollaboration, seine Hilfe bei meinem Aufenthalt am CERN.

Nicht vergessen ist die Hilfe, die ich von Dipl.-Phys. S. Bathe und Dipl. Phys. H. Büsching bei meiner Arbeit erhalten habe.

Meinen Mitstreiterinnen S. Knoche, V. Mexner und Mitstreitern C. Klein-Bösing, M. Merschmeyer und M. Wahn möchte ich für die angenehme Arbeitsatmosphäre danken.

Für die Durchsicht meiner Arbeit gilt meine herzlichster Dank und volles Mitgefühl Dipl.-Phys C. Kamp, S. Knoche, Dr. T. Lister, Dipl.-Phys. C. Quentmeier, Dr. K. Reygers, Dr. H. Schlagheck und F. Zantow.

*Hiermit bestätige ich, daß ich diese Arbeit selbständig
verfaßt und keine anderen als die angegebenen
Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.*

Münster, den 20. März 2000

Ulrich von Poblitzki

