

› Philosophie der Mathematik / Logik

Sektionsleitung: Matthias Wille

Montag, 29. September

VSH 18

14:45–15:15

Gregor Damschen (Luzern)

Ist die Modallogik S_5 die
Fundamentallogik?

Die ontologischen Gottesbeweise von Anselm, Leibniz, Hartshorn und Gödel setzen die Modallogik S_5 voraus, dasselbe gilt für philosophische Beweise der Letztbegründung. Bislang gibt es jedoch kein apriorisches Argument, mit dessen Hilfe der absolute Vorrang der Modallogik S_5 vor allen anderen Logiken bewiesen werden konnte. Es existieren allenfalls Berufungen auf Plausibilität. Insofern hängt die Stärke aller Beweise, die S_5 voraussetzen, davon ab, dass man zeigen könnte, dass die Verwendung von S_5 keine logisch kontingente, sondern eine logisch notwendige, d.h. alternativlose Voraussetzung ist. In dem Vortrag wird der Beweisansatz zu einem solchen Argument weiterentwickelt und überprüft: Da es sich bei der Logik S_5 im Kern um eine klassische zweiwertige Prädikatenlogik mit einer semantischen Interpretation der alethischen Modalbegriffe handelt, die als Zugangsrelation zwischen möglichen Welten eine Äquivalenzrelation erfordert, und da klassische Prädikatenlogiken die Zweiwertigkeit, den Nichtwiderspruchssatz und das Tertium non datur voraussetzen, muss jeder der genannten Bestandteile von S_5 einzeln durch das Verfahren des Beweises durch Selbstbezug auf pragmatische Widerspruchsfreiheit geprüft werden. Erweist sich dabei S_5 als die einzige Logik innerhalb aller denkbaren Logiken, die keine pragmatischen Widersprüche erzeugt, muss sie metalogisch als Fundamentallogik angesehen werden.

15:30–16:00

Konrad Riedel (Berlin)

Modalitäten und Subjunktionen

Das Problemfeld, in welchem sich der Vortrag bewegt, umfasst zwei Bereiche. Auf der einen Seite die Frage nach der Bedeutung der modalen Ausdrücke ‘möglich’ und ‘notwendig’ und auf der anderen Seite die Suche nach einer adäquaten Formalisierung von Subjunktionen. *Die These* des Vortrags führt die beiden obigen Fragen zusammen. Einerseits sollte man modale Aussagen als relative (In-)Konsistenzbehauptungen verstehen – d.h. als Aussagen darüber, ob eine Menge von Aussagen widerspruchsfrei ist oder nicht – und andererseits, sollte man Subjunktionen als eben solche modalen Aussagen formalisieren. *Die Argumentation* führt auf der einen Seite vom Verwerfen des modalen Realismus über das Modell der maximal-konsistenten Sachverhalte mithilfe mengentheoretischer Überlegungen zur Theorie der relativen (In-)Konsistenz. Auf der anderen Seite soll anhand von beispielhaften Subjunktionen plausibilisiert werden, dass man die bekannten Schwierigkeiten der Formalisierung bspw. als materiale oder strikte Implikation vermeiden kann, ohne eine Relevanz- oder Filterlogik einzuführen, wenn man Subjunktionen prinzipiell als modale Aussagen im obigen Sinne versteht. *Die Folgen* dieser Überlegungen sind zum ersten, dass man auf die Rede von absoluten Modalitäten zu Gunsten von relativen Modalitäten verzichten sollte. Zum zweiten folgt, dass man in diesem Kontext auf die Rede von ‘Möglichen Welten’ verzichten kann und letztlich stellt sich die Frage, ob es möglich ist auf dieser Basis ein logisches System zu erarbeiten, welches besser geeignet ist Argumente zu formalisieren als die bekannten Logiken dies vermögen.

16:15–16:45

Christoph Schamberger (Berlin) /
Jörg Hardy (Münster)

Der filterlogische Kalkül FK –
ein nicht-klassischer Kalkül
des natürlichen Schließens für
umgangssprachliche Argumente

In diesem Vortrag stellen wir einen neuen filterlogischen Kalkül FK vor. FK ist ein nicht-klassischer Kalkül des natürlichen Schließens, der den Eigenschaften umgangssprachlicher Argumente Rechnung trägt. Unser Kalkül bietet eine angemessene Definition der logischen Gültigkeit (resp. logischen Folgerung) für umgangssprachlich dargestellte Argumente. Paradoxe Schlüsse, die in umgangssprachlichen Argumenten keinen Wahrheitstransfer garantieren, sind in FK ungültig, so etwa die Schlüsse von „A“ auf „wenn B, dann A“ und von „A oder B“ auf „wenn nicht-A, dann B“. Die in FK gültigen Schlüsse gewährleisten den Wahrheitstransfer auch in umgangssprachlich dargestellten Argumenten: Wenn die Prämissen eines Arguments wahr sind, überträgt sich deren Wahrheit mit logischer Notwendigkeit auf die Konklusion. Von den klassischen Kalkülen des natürlichen Schließens unterscheidet sich FK nur minimal: In FK wird nur eine einzige Grundregel eingeschränkt: die Konditional-Einführung. Deshalb hat FK einen Vorzug gegenüber relevanzlogischen Kalkülen: Schlüsse aus widersprüchlichen Prämissen (ex falso quodlibet) und Schlüsse auf logisch wahre Konklusionen (verum ex quolibet) sind in FK ebenso gültig wie der Disjunktive Syllogismus.

17:30–18:00

Heinrich Wansing (Bochum)

Remarks on the Curry Paradox

Curry's paradox is well known. The original version of the paradox is remarkable because it is negation-free. It employs a conditional connective, and is not forthcoming if the conditional does not satisfy contraction (the Law of Absorption). A more recent version of the paradox, due to Jc Beall and Julien Murzi, uses a validity predicate, instead of a conditional, and is not forthcoming if validity does not satisfy structural contraction. But there is also a variation of the paradox which uses "external validity" (that is, the notion of external consequence with respect to a given sequent calculus). And since external validity contracts, one might expect the appropriate version of the Curry paradox to be inescapable. In this paper it is shown that this is not the case. We consider two ways of formalizing the notion of external validity, and show that in both of these the paradox is not forthcoming without the appropriate forms of contraction. The first version of the external consequence Curry paradox uses nested sequents, the second version uses a nesting of the validity predicate. (This is joint work with Graham Priest.)

14:45–15:15

Moritz Cordes (Greifswald)

Freges Urteilslehre – ein in der Logik vergessenes Lehrstück der Analytischen Philosophie

Der überkommene Urteilsbegriff unterscheidet zwei Aspekte an einem Urteil: einerseits den Inhalt eines Urteils und andererseits den Urteilsmodus. Diese Unterscheidung findet sich in der Analytischen Philosophie besonders prominent in Freges Urteilslehre und (eingebettet in eine sprachphilosophische Gesamtkonzeption) in der Sprechakttheorie. In der formalen und philosophischen Logik aber, die sich bekanntermaßen ganz wesentlich auf Freges Arbeiten stützt, werden diese Subtilitäten oft nicht genug oder gar nicht berücksichtigt.

In dem Vortrag gehe ich zuerst auf die systematischen Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen Frege und der Sprechakttheorie ein. Es wird dafür argumentiert, dass Freges Urteilsstrich ein illokutionärer Redeteil im Sinne der Austinschen Sprechakttheorie ist. Es wird darüber hinaus gezeigt, dass Frege neben dem Urteilsstrich noch andere Redeteile in seiner Begriffsschrift verwendet hat, die eine illokutionäre Funktion erfüllen.

In einem zweiten Teil ist der Blick auf jene Reihe von Analytischen Philosophen zu richten, die der nach-Fregeschen formalen Logik nahe standen aber für ihre Zwecke keine Notwendigkeit darin sahen, sich dezidiert illokutionären Redeteilen zu widmen. Es soll dafür argumentiert werden, dass einige Zwecke, die Logiker und formal arbeitende Philosophen mit der Verwendung explizitsprachlicher Mittel verfolgen, mit dem Verzicht auf illokutionäre Redeteile unverträglich sind. Tatsächlich ist der Fregesche Ansatz der Inkorporation von illokutionären Ausdrücken auf dem explizitsprachlichen Level geeignet, technische Schwierigkeiten wirksam zu beseitigen, die in anderen Formalsprachen und Kalkülen oft dem Aufmerksamkeitsbereich zu entgleiten scheinen.

15:30–16:00

Mario Harz (Cottbus)

Logik, Musik und Gott lobt Frege in C-Dur

Neben der Negation von Akkorden (Erfinder: Prof. Dr. Ingolf Max, Leipzig) verfügen wir auch über eine Variante der Konjunktion von Akkorden (Erfinder: Dr. phil. Mario Harz, Cottbus). Mit Hilfe der Grundbegriffe Negation und Konjunktion lassen sich alle weiteren logischen Funktoren wie z.B. Implikation, Alternative usw. definieren und wir können diese Funktoren auf Akkorde beziehen. Dadurch ergibt sich die kreative Möglichkeit, aussagenlogische Systeme (Axiomensysteme) musikalisch zu deuten und erklingen zu lassen. Im WS 11/12 konnten wir in Kooperation mit der HS Lausitz durch Dipl.-Mus.-Päd. Chris Poller das erste Axiomensystem für die Aussagenlogik, das Gottlob Frege 1879 mit seiner Begriffsschrift vorlegte, vertonen. Gottlob Frege gilt nach Aristoteles als der größte Logiker bisheriger Zeiten. Ihm zu Ehren nannten wir die Lehrveranstaltung zur Vertonung seines Axiomensystems für die Aussagenlogik „Gott lobt Frege in C-Dur“. Wegen der Bedeutung unserer Seminaraufgabe fand das Seminar in der Oberkirche St. Nikolai zu Cottbus im Bonhoeffersaal und an der HS Lausitz statt. Ziel und Höhepunkt des Seminars war die Uraufführung unseres Stücks am 27.01.2012 in der Oberkirche St. Nikolai. Weiterer Höhepunkte waren ein Vortrag mit Aufführung des Stücks „Gott lobt Frege in C-Dur“ zur Langen Nacht der Wissenschaften an der Universität Leipzig am 29.06.2012 und zum 3 Internationalen Frege Kongress am 12.05.2013 in Wismar. In meinem Vortrag werde ich die logikbasierte Methodik zur Herstellung der Partitur des Stücks erläutern. Anhören unter: www-docs.tu-cottbus.de/technikphilosophie/public/Publikationslisten/harz/frege.mp3

16:15–16:45

Eva-Maria Engelen (Konstanz)

Rationale Anschauung oder
mathematische Intuition?

John P. Burgess kritisiert Kurt Gödels Begriff der mathematischen oder rationalen Anschauung und erläutert, warum mathematische Intuition dasselbe leistet wie rationale Anschauung, aber ganz ohne ontologisch überflüssige Vorannahmen auskommt. Laut Burgess müsste Gödel einen Unterschied zwischen rationaler Anschauung und so etwas wie mathematischer Ahnung, aufzeigen können, die auf unbewusster Induktion oder Analogie beruht und eine heuristische Funktion bei der Rechtfertigung mathematischer Aussagen einnimmt. Ich werde in meinem Beitrag dafür argumentieren, dass rationale Anschauung mit der Annahme verbunden wird, die so gefundenen mathematischen Sätze seien wahr. Nur, wozu benötigen wir eine solche Annahme? Reicht es nicht, wenn die mathematische Intuition als Heuristik funktioniert? Gödel beharrt etwa auf dem ontologischen Objektstatus von Mengen, weil Denken für ihn einen Input benötigt, den es selbst nicht zu liefern im Stande ist. Im Falle der mathematischen Anschauung darf dieser Input allerdings nicht subjektiv kontingent sein, wenn es sich um objektiv gültige Theorien handeln soll. Zudem vertritt Gödel eine Korrespondenztheorie der Wahrheit. Der Begriff der Intuition, den Burgess expliziert, stammt hingegen aus der kognitiven Psychologie, der bei der Verarbeitung impliziter, also unbewusster Informationen ansetzt und so das menschliche Vermögen erklärt, Urteile zu fällen, ohne sich der Urteilsgrundlagen bewusst zu sein. Über den ontologischen oder erkenntnistheoretischen Status dieser Urteilsgrundlagen sagen diese Theorien nichts aus. Sie könnten auch subjektiv kontingent zustande gekommen sein. Ihr normativer Anspruch ergibt sich lediglich aus „dem Funktionieren“, nicht daraus, dass es sich um Gesetze des Wahreins handelt.

17:30–18:00

Bastian Reichardt (Bonn)

Wittgensteins Kritik an Freges
Konzeption absoluter Grundlagen

Die Objektivität des mathematischen Diskurses wird laut Wittgenstein nicht dadurch gesichert, dass die mathematischen Ausdrücke auf abstrakte Gegenstände verweisen. Die Beantwortung der Frage, was eine Zahl sei, ist ihm zufolge davon abhängig, was wir tun, wenn wir mit einem bestimmten Zahlausdruck operieren. Nur durch diese Praxis verstehen wir den abstrakten Ausdruck. Wir müssen also das Verhalten des Zahlausdrucks in Bezug auf Verknüpfungsregeln betrachten, die zwar konstitutiv in den mathematischen Diskurs eingelassen sind, deren Geltung jedoch von unserer Praxis abhängt. Während Frege den platonistischen Logizismus eindeutig als absolute Grundlage der Mathematik verstanden wissen will, mit der einhergehend sowohl konstruktivistische als auch formalistische Gegenpositionen als unplausibel entlarvt werden sollen, stellt Wittgenstein durch die Praxisabhängigkeit der Bedeutung mathematischer Ausdrücke klar, dass eine Konzeption absoluter Grundlagen des mathematischen Diskurses aussichtslos ist. Da verschiedene Sprachspiele nicht in eine unantastbare hierarchische Struktur gebracht werden können, können Wittgenstein zufolge verschiedene inkompatible Grundlagen der Mathematik zwar innerhalb ihrer je eigenen Grenzen universelle Geltung etablieren, bestehen jedoch mit demselben Geltungsrecht unvermittelt nebeneinander. Keine dieser Konzeptionen ist in der Lage, eine absolute Grundlage der Mathematik zu sein, da jede Grundlage von kontingenten Eigenschaften unserer Praxis abhängig ist.