Themen des Bachelorseminars zur Finanzmathematik (Paulsen)

Literatur:

1. G. Kersting, A. Wakolbinger; Stochastische Prozesse; Birkhäuser
2. L. Rüschendorf; Mathematische Statistik; Springer
3. L. Rüschendorf; Wahrscheinlichkeitsteorie; Springer
4. B. Bouchard, J.F. Chassagneux; Fundamentals and Abvanced Techniques in Derivatives Hedging; Springer
5. H. Luschgy; Martingale in diskreter Zeit; Springer
6. K. H. Waldmann, U. M. Stocker; Stochastische Modelle; Springer
7. M. Mürmann; Wahrscheinlichkeitstheorie und stochastische Prozesse; Springer

Bemerkung: Jeder Vortrag ist mit einem Schwierigkeitsgrad zur Orientierung gekennzeichnet. Die Note des Vortrages hängt nicht vom gewählten Schwierigkeitsgrad des Themas ab. Eigentlich können alle Themen ohne Vorkenntnisse der Vorlesung Finanzmathematik bearbeitet werden.

Übersicht der Themen

1. **Martingale und deren Charakteristiken (Kapitel 1 Luschgy) (Mittel)**
   Vortragender: Gerrit Peitz
   Im Vortrag soll das Kapitel 1 des Buches von Luschgy vorgestellt werden. Es soll das Konzept der quadratische Variation und vorhersehbaren quadratischen Kovariation definiert und erläutert werden. Weiter von Interesse sind die Doob-Meyer und Krickeberg Zerlegung sowie die Definition der h-Transformierten.

2. **Brownsche Bewegung Teil I (Kapitel 3 Kersting, Wakolbinger) (Schwer)**
   Vortragender: Steffen Timphus
   Im Vortrag soll entlang der Abschnitte 3.1 und 3.2 aus Kersting, Wakolbinger eine Konstruktion der Brownschen Bewegung durchgeführt werden. In der Bachelorarbeit können dann die Abschnitte 3.3 – 3.5 dargestellt werden. Besonders interessant ist der Satz 3.10. Dieser besagt, dass ein Prozess mit stationären und unabhängigen Zuwächsen, der stetige Pfade hat, eine Brownsche Bewegung mit Drift ist.

3. **Brownsche Bewegung Teil II (Kapitel 3 Kersting, Wakolbinger) (Schwer)**
   In dem Vortrag geht es um Martingale bei der Brownschen Bewegung. Im Vortrag sollen zunächst kurz drei Martingale vorgestellt werden, deren Martingaleigenschaft man elementar zeigen kann. Danach kann das Optional Sampling Theorem für zeitstetige Martingale formuliert bewiesen und angewendet werden. Abschließend zeigt man, wie mit Hilfe einer 2-mal stetig differenzierbaren Funktionen ein Martingal definiert werden kann. Vorlage hierfür sind die Abschnitte 3.6 und 3.7 aus Kersting, Wakolbinger. In der Bachelorarbeit kann aus der Darstellung des Abschnittes 3.7 und weiteren Anwendungen bestehen.

4. **Poissonscher Punktprozess (Kapitel 4 Kersting, Wakolbinger) (Schwer)**
   Entlang des Kapitels 4 aus Kersting, Wakolbinger soll eine Darstellung des Poissonschen Punktprozesses gegeben werden. Dies ist eine Sichtweise vom Standpunkt der Theorie der Punktprozesse. In der Bachelorarbeit kann dann weiter auf den zusammengesetzten Poissonschen Punktprozess eingegangen werden.

5. **Markov-Prozesse Teil I (Kapitel 5 Kersting, Wakolbinger) (Schwer)**
   Vortragende: Alexandra Quitmann
   Entlang des Kapitels 5.1 und 5.2 soll in die Theorie der Markovschen-Sprungprozesse eingeführt werden. Dies sind Markov-Prozesse in stetiger Zeit mit abzählbarem Zustandsraum. Zu klären ist, was ein Erzeuger eines solchen Prozesses ist und wie man die Übergangswahrscheinlichkeiten durch Lösen von Differentialgleichungen erhalten kann. Geburts- und Todesprozesse sind wichtige Beispiele.

6. **Markov-Prozesse Teil II (Kapitel 5 Kersting, Wakolbinger) (Schwer)**
   In dem Vortrag sollen Markov-Prozesse in stetiger Zeit mit Zuständen in einem metrischen Raum vorgestellt werden. Es soll gezeigt werden, wie man die stochastische Entwicklung solcher Prozesse mittels Halbgruppen und Erzeugern beschreiben kann. Als Vorlage können die Abschnitte 5.3-5.5 aus Kersting, Wakolbinger genutzt werden.

7. **Maßwechsel und optionale Zerlegung (Kapitel 7 Luschgy) (Mittel)**
   Schwerpunktmäßig sollte im Vortrag die Darstellung des Kapitels 7.1 sein. Günstig wäre es, sich weitere Anwendungsbeispiele für Maßwechsel zu überlegen. Die Kapitel 7.2 und 7.3 könnten dann als Grundlage für die Bachelorarbeit dienen, in der die optionale Zerlegung mit Anwendungen Thema wäre.

8. **Markovsche Entscheidungsprozesse (Kapitel 6 Waldmann) (Einfach)**
   Vortragender: Arian Beckmann
   Bei einem Markovschen Entscheidungsprozess wird ein stochastischer Prozess beobachtet, dessen zukünftige Entwicklung in jeden Zeitschritt von einer Aktion, die ein Entscheider wählen kann, abhängt. Dabei sind abhängig von der Entwicklung des Prozesses geeignete Größen zu optimieren. Dies bedeutet, dass der Entscheider nach eine Strategie sucht, die einen optimalen mittleren Gewinn erzielt. Anwendung dieser Theorie gibt es in vielen Situationen, etwa bei der Lagerhaltung, der Portfoliooptimierung usw. Entlang des Kapitels 6 aus Waldmann soll eine Einführung in die Theorie gegeben werden. Aus dem Kapitel 6 können dann Anregungen für eine Weiterbearbeitung in der Bachelorarbeit gezogen werden.

9. **Optimales Stoppen und die Bewertung von amerikanischen Optionen (Kapitel 5.4 Rüschendorf) (Mittel)**
   Vortragende: Elisa Bleier
   Die Martingaltheorie ist ein Hilfsmittel zur Behandlung von optimalen Stoppproblemen. Dies sind stochastische Optimierungsprobleme, bei denen ein Beobachter in jedem Schritt bei einem Auszahlungsprozess diesen stoppen und die dann fällige Auszahlung akzeptieren oder aber

diesen fortsetzen kann in der Hoffnung auf eine höhere zukünftige Auszahlung. Bedeutung haben optimale Stoppprobleme unter anderem in der Finanzmathematik bei der Bewertung von amerikanischen Optionen und in der Statistik bei der Herleitung von optimalen sequentiellen Tests. Entlang des Kapitels 5.4 von Rüschendorf soll in die Theorie eingeführt und einige konkrete Beispiele vorgestellt werden. Als konkretes Anwendungsbeispiel sollte erläutert werden, wie eine Put-Option in einem CRR Modell bewertet werden kann. In der Bachelorarbeit können dann weitere finanzmathematische Anwendungen untersucht werden. Das übrige Kapitel 5.4 bietet auch Stoff für eine Bachelorarbeit.

10. **Der erste Fundamentalsatz der Preistheorie (Bouchard Kapitel 1) (Schwer)**
    Das No-Arbitrage Theorem besagt, dass die Arbitragefreiheit eines Finanzmarktes äquivalent zur Existenz eines äquivalenten Martingalmaßes ist. In der Vorlesung ist dies nur für Märkte auf endlichen Wahrscheinlichkeitsräumen gezeigt worden. Entlang des Kapitels 1 aus Bouchard soll dieser Beweis für allgemeine Märkte durchgeführt werden. Dies entspricht dem Vorgehen nach Harrison und Kreps.

11. **Bewertung von europäischen Derivaten (Bouchard Kapitel 1) (Schwer)**
    Ein europäisches Derivat vereinbart eine Auszahlung zu einem festen zukünftigen Zeitpunkt. In einem arbitragefreien Markt kann dies entweder eindeutig durch einen arbitragefrien Preis oder aber durch ein offenes Intervall von arbitragefreien Preisen bewertet werden. In der Vorlesung ist dies für einen endlichen Wahrscheinlichkeitsraum gezeigt worden. In dem Vortrag soll entlang des Kapitels 1 aus Bouchard der allgemeine Fall dargestellt werden.

12. **Der Satz von Hattendorf (Schmidt Kapitel 5) (einfach)**
    Vortragende: Nadine Woltering
    Im Vortrag soll zunächst entlang des Kapitels 5 eine kurze Einführung in die Lebensversicherungsmathematik gegeben werden. Die Darstellung ist etwas anders als in der Vorlesung. Hauptziel ist der Begriff des Deckungskapitals, die Darstellung des Satzes von Hattendorf und eine Diskussion ihrer Anwendung.

13. **Gesamtschaden im individuellen Modell (Schmidt Kapitel 6)(einfach)**
    Vortragender: Damian Koschorrek
    Das indivdiuelle Modell ist eine Möglichkeit den Gesamtschaden eines Versicherungsportfolios zu bestimmen. Der Vortrag soll eine Darstellung des Kapitels 6 aus Schmidt geben.

14. **Gesamtschaden im kollektiven Modell (Schmidt Kapitel 7) (einfach)**
    Vortragender: Artur Bezhaev
    Das kollektive Modell stellt eine alternative Möglichkeit zur Modellierung des Gesamtschadens eines Versicherungsportfolios dar. Der Vortrag soll entlang des Kapitels 7 aus Schmidt eine Darstellung dieses Ansatzes geben.

15. **Multiplikativer Tarif (Schmidt Kapitel 10) (einfach)**
    Mittels einer multiplikativen Tarifierung werden oftmals Prämien für ein kollektives Modell berechnet. Im Vortrag soll entlang des Kapitels 10 aus Schmidt diese Methode vorgestellt werden.

16. **Schadenreservierung: Grundlagen und chain-ladder (Kapitel 13 Schmidt) (einfach)**
    Vortragende: Kerstin Lewe
    Das chain-ladder Verfahren ist eine Methode, die in der Rückversicherung eingesetzt wird. Im Vortrag soll entlang des Kapitels 13 dieser Ansatz vorgestellt werden.

17. **Schadenreservierung: Bornhuetter-Fergusson Prinzip (Kapitel 14 Schmidt) (einfach)**
    Im Vortrag sollen die wesentlichen Inhalte des Kapitels 14 aus Schmidt vorgestellt werden.