Übungen zur Vorlesung Höhere Finanzmathematik

Sommersemester 2016

PD Dr. V. Paulsen **Blatt 12** **05.07.2016**

Aufgabe 1: short rate Modell mit shift

In einem short rate Modell mit shift wird die short rate modelliert durch einen stochastischen Prozeß $(r(t))$ der Form

$$r(t) = X(t) + \phi(t)$$

für alle $t \geq 0$. Hierbei sind X Lösung der stochastischen Differentialgleichung

$$dX(t) = \mu(t, X(t))dt + \delta(t, X(t))dW^*(t).$$

und ϕ eine deterministische Funktion. Untersuchen Sie den Fall, dass X ein Vasicek Prozeß ist, also

$$dX(t) = b(a - X(t))dt + \delta dW^*(t)$$

erfüllt.

1. Bestimmen Sie die Familie der Bondpreise $B(t, T)$ und deren Dynamik.
2. Bewerten Sie einen zu einem Intervall $[T, T_1]$ gehörigen Caplet.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein Ho Lee Modell entsprechend Aufgabe 3 Blatt 11. Bewerten Sie einen zu einer Zinsperiode $[T, T_1]$ und einem Festzinssatz K gehörigen Caplet.

Aufgabe 3:

Für ein gegebenes short rate Modell sei eine Calloption zur Basis K auf den T_1-Bond mit Ausübungszeitpunkt $T < T_1$ zu bewerten. Es ist also für den T-Claim $C = (B(T, T_1) - K)^+$ der arbitragefreie Preis $p_t(C)$ in $t < T$ zu ermitteln. Zeigen Sie, dass es Funktionen Ψ_T, Ψ_{T_1} gibt mit

$$p_t(C) = B(t, T_1)\Psi_{T_1}(t, r(t)) - KB(t, T)\Psi_T(t, r(t))$$

für alle $t < T$.

Abgabe: Diese Serie geht nicht mehr in die Bewertung ein. Sie können eine schriftliche Bearbeitung abgeben, müssen es aber nicht.