

Übungen zur Vorlesung Höhere Finanzmathematik

Sommersemester 2016

PD Dr. V. Paulsen

Blatt 10

21.06.2016

Aufgabe 1:

4 Punkte

In einem Vasicek Bondmarktmodell nimmt man für die short rate Entwicklung eine Dynamik der Form

$$dr(t) = b(a - r(t))dt + \delta dW(t) \quad , r(0) = r_0 > 0$$

mit $a, b > 0$ an bezüglich eines äquivalenten Martingalmaßes \mathbb{P}^* .

1. Zeigen Sie, dass

$$\mathbb{E}^*\left(\frac{\beta(t)}{\beta(T)} \mid \mathfrak{F}_t\right) = v(t, r(t), T)$$

für alle $t < T$ gilt mit

$$v(t, r, T) = \exp(-h(T - t) - rg(T - t))$$

2. Bestimmen Sie die Funktionen g, h .
3. Geben Sie die stochastische Differentialgleichung an, die der T - Bond $B(t, T)$ als Prozess in t erfüllt.

Aufgabe 2:

4 Punkte

In einem Cox Ignersoll Ross Bondmarktmodell nimmt man für die short rate Entwicklung eine Dynamik der Form

$$dr(t) = b(a - r(t))dt + \delta\sqrt{r(t)}dW(t) \quad , r(0) = r_0 > 0$$

mit $a, b > 0$ an bezüglich eines äquivalenten Martingalmaßes \mathbb{P}^* . Es gelte $2ab \geq \delta^2$.

1. Zeigen Sie, dass

$$\mathbb{E}^*\left(\frac{\beta(t)}{\beta(T)} \mid \mathfrak{F}_t\right) = v(t, r(t), T)$$

für alle $t < T$ gilt mit

$$v(t, r, T) = \exp(-h(T - t) - rg(T - t))$$

2. Bestimmen Sie die Funktionen g, h .
3. Geben Sie die stochastische Differentialgleichung an, die der T - Bond $B(t, T)$ als Prozess in t erfüllt.

Abgabe: Mo 27.Juni.2016 bis spätestens 10.00 im Fach 145