

Übungen zur Vorlesung Höhere Finanzmathematik

Sommersemester 2015

PD Dr. V. Paulsen

Blatt 12

30.06.2015

Aufgabe 1: Das Ho Lee Modell

6 Punkte

Im Ho Lee short rate Bondmarkt Modell postuliert man für die short rate $r(t)$ eine Dynamik der Form

$$dr(t) = \theta(t)dt + \delta dW^*(t)$$

mit Anfangsrate $r(0) = r_0$ bezüglich des äquivalenten Martingalmaßes. Es wird angenommen, dass $\delta > 0$ ist und dass die Koeffizientenfunktion auf jedem endlichen Intervall integrierbar ist.

1. Bestimmen Sie eine Lösung der obigen stochastischen Differentialgleichung.
2. Bestimmen Sie $\mathbb{E}r(t)$ und $\text{Var } r(t)$ für alle $t \geq 0$.
3. Bestimmen Sie den Bondpreis $B(t, T)$ zur Fälligkeit T für alle $t \leq T$ und dessen Dynamik.
4. Bewerten Sie einen zu einem Intervall $[T, T_1]$ gehörigen Caplet.

Aufgabe 2: short rate mit shift

4 Punkte

In einem short rate Modell mit shift wird die short rate modelliert durch einen stochastischen Prozeß $(r(t))$ der Form

$$r(t) = X(t) + \phi(t)$$

für alle $t \geq 0$. Hierbei sind X Lösung der stochastischen Differentialgleichung

$$dX(t) = \mu(t, X(t))dt + \delta(t, X(t))dW^*(t).$$

und ϕ eine deterministische Funktion. Untersuchen Sie den Fall, dass X ein Vasicek Prozeß ist, also

$$dX(t) = b(a - X(t))dt + \delta dW^*(t)$$

erfüllt.

1. Bestimmen Sie die Familie der Bondpreise $B(t, T)$ und deren Dynamik.
2. Bewerten Sie einen zu einem Intervall $[T, T_1]$ gehörigen Caplet.

Aufgabe 3: Forwardraten

4 Punkte

Die Forwardrate $f(t, T)$ ist in einem Bondmarkt Modell definiert durch

$$f(t, T) = -\partial_T \ln(B(t, T)).$$

Bestimmen Sie die Dynamik von $(f(t, T))_{0 \leq t \leq T}$ für jede Fälligkeit T für das Vasicek und CIR Modell.

Abgabe: Die. 07.07.2015 bis spätestens 11.00 im Fach 145