

Übungen zur Statistischen Physik (SS 2009)

Blatt 7

Aufgabe 1: Bierkonsum (5 Punkte)

In ihrer Stammkneipe werden pro Abend im Mittel 260 Biere gezapft.

- Welche Verteilung für die Anzahl abendlich gezapfter Biere sollten Sie vermuten? (2 Punkte)
- Vergleichen Sie die zugehörige Informationsentropie mit derjenigen für eine konstante Verteilung zwischen den Grenzen bei $n = 0$ und $n = 520$ Bierern. (2 Punkte)
- An wievielen Abenden im Jahr muss man mit weniger als 100 gezapften Bierern rechnen? (1 Punkt)

Aufgabe 2: Lotterie (3 Punkte)

Eine Losbude auf dem Send verkauft Lose mit drei verschiedenen Gewinnmöglichkeiten: Nieten, Gewinne über 1 Euro und Gewinne über 5 Euro. Der mittlere Gewinn beträgt 20 Cent. Wie hoch würden Sie den Anteil an Losen der jeweiligen Sorten schätzen? Es genügt, wenn Sie mit einer Genauigkeit von 3 signifikanten Stellen rechnen.

Aufgabe 3: Nudeln (2 Punkte)

Eine Firma produziert Maccheroni mit einer mittleren Länge von $\bar{x} = 285$ mm. Eine Messung der Varianz ergab $\langle (x - \bar{x})^2 \rangle = 3$ mm². Welches ist die vernünftigste Annahme für die Verteilung der Längen? *Hinweis:* Lassen Sie in der Rechnung zur Vereinfachung auch negative Längen zu.

Aufgabe 4: Mikrokanonische Gesamtheit von Spins (9 Punkte)

Die Hamiltonfunktion von N ungekoppelten Spins s_1, \dots, s_N mit Werten in $\{+1, -1\}$ in einem äußeren Magnetfeld ist gegeben durch

$$\mathcal{H}(s_1, \dots, s_N) = \mu B \sum_{i=1}^N s_i.$$

- Bestimmen Sie die Funktion $\Omega(E, N)$ in der mikrokanonischen Gesamtheit. (1 Punkte)
- Im Limes $N \rightarrow \infty$ mit $E = N\mu B\epsilon$ gilt

$$\ln \Omega(E, N) = N \ln \bar{\Omega}(\epsilon) + O(\ln N).$$

Berechnen Sie die Funktion $\bar{\Omega}(\epsilon)$, $-1 \leq \epsilon \leq 1$, und skizzieren Sie sie. (3 Punkte)

- Berechnen Sie $\beta = \frac{\partial}{\partial E} \ln \Omega(E, N)$ als Funktion von ϵ im Limes großer Werte von N . Was fällt Ihnen am Ergebnis auf? (2 Punkte)
- Bestimmen Sie exakt den Erwartungswert $p(s) = \langle \delta_{s_1, s} \rangle_{E, N}$ in dieser Gesamtheit. Zeigen Sie, dass

$$p(s) = \frac{e^{-\beta \mu B s}}{2 \cosh(\beta \mu B)},$$

wobei β durch c) gegeben ist. (3 Punkte)

Abgabe: Dienstag, 16.06.2009.