

Übungen zur Quantentheorie (WS 2013/14)

Prof. Dr. G. Münster

Übungsblatt 8

Abgabe: 17.12.2013

Aufgabe 23: Zeitunabhängige Störungstheorie für den Potentialtopf (6 Punkte)

Betrachten Sie den 1-dimensionalen Potentialtopf

$$V_0(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x \in [0, L], \\ \infty & , \quad x \in \mathbb{R} \setminus [0, L], \end{cases}$$

mit der Störung $V_1(x) = \lambda x$.

- Geben Sie die Eigenwerte E_n^0 und Eigenfunktionen $\psi_n^0(x)$ des ungestörten Hamiltonoperators an.
- Berechnen Sie störungstheoretisch die Korrektur E_n^1 erster Ordnung zu E_n .
- Berechnen Sie störungstheoretisch die Korrektur $\psi_0^1(x)$ zur Grundzustandswellenfunktion $\psi_0^0(x)$. Geben Sie die Lösung in Form einer Reihe an mit Koeffizienten, die durch Integrale gegeben sind und lösen Sie diese.

Aufgabe 24: Endliche Kernaussdehnung im H-Atom (4 Punkte)

Die endliche Kernaussdehnung im H-Atom lässt sich durch ein Potential der Form $V(r) = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} (1 - e^{-\frac{r}{b}})$ berücksichtigen, wobei der Parameter b etwa der Kernradius ist. Berechnen Sie störungstheoretisch die erste Korrektur zur Grundzustandsenergie.

Aufgabe 25: Störungsrechnung beim H-Atom (3 Punkte)

Der Hamiltonoperator eines geladenen Teilchens im Coulombpotenzial

$$H = \frac{\vec{P}^2}{2m} - \frac{\gamma}{r}$$

hat bekanntlich die diskreten Eigenwerte

$$E_n(\gamma) = -\frac{m\gamma^2}{2\hbar^2 n^2}.$$

Bei einer kleinen Änderung der Stärke des Potenzials, $\gamma \rightarrow \gamma + \delta\gamma$, ändern sich die Eigenwerte.

- Berechnen Sie diese Änderung aus obigem Ausdruck für $E_n(\gamma)$.
- Wie lautet der Ausdruck für die Änderung in erster Ordnung der Störungstheorie?

Leiten Sie aus dem Vergleich der Ergebnisse den Erwartungswert

$$\langle n | \frac{1}{r} | n \rangle$$

her, wobei $|n\rangle$ ein Eigenzustand zu E_n ist.