Übungen zur Quantentheorie (WS 2013/14)

Prof. Dr. G. Münster

Übungsblatt 11 **Abgabe: 21.01.2014**

Aufgabe 32: Neutrino–Oszillation (6 Punkte)

Gegeben sei ein System mit nur zwei linear unabängigen Zuständen:

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad |2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Der allgemeinste Zustand ist dann eine normierte Linearkombination:

$$|\psi\rangle = a\,|1\rangle + b\,|2\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \qquad |a|^2 + |b|^2 = 1.$$

Der Hamilton-Operator sei in Matrixdarstellung durch

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h & g \\ g & h \end{pmatrix}$$

mit konstanten g, h gegeben.

a) Finden Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von $\mathbf{H}$.

b) Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei das System im Zustand $|1\rangle$. Zeigen Sie, dass es sich zum Zeitpunkt t im Zustand

$$|\psi(t)\rangle = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}ht/\hbar} \begin{pmatrix} \cos(gt/\hbar) \\ -\mathrm{i}\sin(gt/\hbar) \end{pmatrix}.$$

befindet.

Aufgabe 33: Heisenbergsche Bewegungsgleichungen (harmonischer Osz.) (5 Punkte)

a) Stellen Sie für den harmonischen Oszillator $H = \frac{1}{2m}P^2 + \frac{m\omega}{2}^2 Q^2$ die Heisenberg'schen Bewegungsgleichungen für $a_H(t), a_H^\dagger(t), P_H(t)$ und $Q_H(t)$ auf.

b) Lösen Sie die Bewegungsgleichungen für $a_H(t)$ und $a_H^+(t)$. Bestimmen Sie damit $Q_H(t)$ und $P_H(t)$.

Aufgabe 34: Heisenberg-Bild (konstante Kraft) (4 Punkte)

Ein Teilchen bewege sich in einer Dimension unter dem Einfluss einer konstanten Kraft F_0, $V(Q) = -F_0 Q$. Berechnen Sie die Operatoren $Q_H(t), P_H(t)$ im Heisenberg-Bild explizit. Verwenden Sie dazu die Formel aus Aufgabe 4.