

Übungen zur Atom- und Quantenphysik (SS 2008)

Blatt 4

Aufgabe 12: Feinstrukturkonstante und Feinstruktur (5 Punkte)

- Mit welcher Geschwindigkeit (in Einheiten von c) kreist ein Elektron auf der ersten BOHR'schen Bahn? In welchem Verhältnis stehen COMPTON-Wellenlänge und Radius der ersten BOHR'schen Bahn? In welchem Verhältnis steht die Bindungsenergie des Elektrons im Wasserstoffatom zu seiner Ruheenergie? (2 Punkte)
- Zeigen Sie allgemein, dass der relativistische Korrekturterm für keinen möglichen Wert der Quantenzahlen n und j verschwindet. (2 Punkte)
- Der Grundzustand des Deuteriums $s_{1/2}$ spaltet in zwei Hyperfeinzustände mit $F = 1/2$ und $F = 3/2$ auf. Welche Spinquantenzahl I hat also das Deuteron? In welche Hyperfeinzustände spaltet dann ein $p_{3/2}$ -Zustand auf? (1 Punkt)

Aufgabe 13: Eindimensionales δ -Potenzial (4 Punkte)

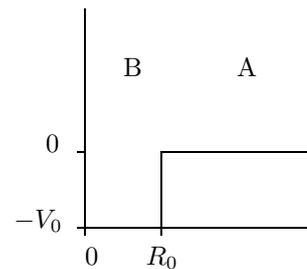
Ein eindimensionales δ -Potenzial ist gegeben durch $V(x) = -a \delta(x)$.

- Zeigen Sie durch Integration beider Seiten der stationären Schrödingergleichung von $x = -\varepsilon$ bis $x = \varepsilon$ ($\varepsilon \rightarrow 0$), dass die Ableitung der Wellenfunktion bei $x = 0$ einen Sprung besitzt, und berechnen Sie dessen Größe. Begründen Sie, dass $\psi(x)$ selbst stetig ist.
- Zeigen Sie, dass der Wahrscheinlichkeitsstrom $j(x)$ stetig bei $x = 0$ ist.
- Finden Sie Energie E_0 und Wellenfunktion $u_0(x)$ des gebundenen Zustandes. Berechnen Sie für diesen Zustand $\langle x^2 \rangle$.

Aufgabe 14: Kernpotenzial zwischen Proton und Neutron (5 Punkte)

Das Kernpotenzial zwischen Proton und Neutron kann durch

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ -V_0, & 0 < x < R_0 \\ 0, & R_0 < x \end{cases}$$



mit $R_0 = 2 \cdot 10^{-15}$ m approximiert werden.

- Leiten Sie die Lösbarkeitsbedingung für gebundene Zustände her:

$$\cot kR_0 = -\frac{\kappa}{k} \quad \text{mit} \quad k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(E + V_0) \quad \text{und} \quad \kappa^2 = -\frac{2m}{\hbar^2}E.$$

- Zeigen Sie, dass außerdem

$$V_0 > \frac{\pi^2 \hbar^2}{8mR_0^2}$$

gelten muss, wenn ein gebundener Zustand existiert.

- c) Das Deuteron ist der einzige gebundene Zustand. Seine Bindungsenergie beträgt $-E = 2,23$ MeV. Schätzen Sie hieraus das Potenzial V_0 ab.

Aufgabe 15: Wellenfunktionen und ihre Stromdichten (2 Punkte)

Berechnen Sie für die folgenden Wellenfunktionen $\psi(x)$ bzw. $\psi(\vec{r})$ die Wahrscheinlichkeitsdichten und die Wahrscheinlichkeitsstromdichten.

- a) $\psi(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$ mit A und B komplex.

Interpretieren Sie das Ergebnis.

- b) $\psi(\vec{r}) = \frac{A}{r} e^{\pm i\vec{k}\cdot\vec{r}}$

Interpretieren Sie das Ergebnis. Wie groß ist der Teilchenfluss (Anzahl Teilchen pro Zeit) durch eine Kugeloberfläche mit Mittelpunkt bei $\vec{r} = 0$?