Übungen zur
Quantentheorie für Lehramtsstudierende und Informatiker/innen
(WS 2006/2007)

Blatt 5

Aufgabe 17: „Falsche Lösungen“ der Schrödingergleichung (3 Punkte)

Ein Teilchen der Masse m befindet sich im unendlich hohen Potenzialtopf der Breite L zwischen $x = -L/2$ und $x = L/2$. Finden Sie die symmetrische Wellenfunktion, welche die Schrödingergleichung zur Energie $E = \dfrac{9\hbar^2\pi^2}{8mL^2}$ löst. Warum ist diese Lösung unphysikalisch?

Aufgabe 18: Teilchen im unendlich hohen Potenzialtopf (6 Punkte)

Betrachten Sie ein Teilchen im unendlich hohen Potenzialtopf

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < L \\ \infty, & \text{sonst,} \end{cases}$$

das sich im stationären Zustand $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\,\sin\frac{n\pi x}{L}$ befindet.

a) Berechnen Sie $\langle x \rangle$ und Δx. (2 Punkte)

b) Zeigen Sie, dass das Ergebnis für Δx mit dem klassischen Resultat im Falle großer n übereinstimmt. (1 Punkt)

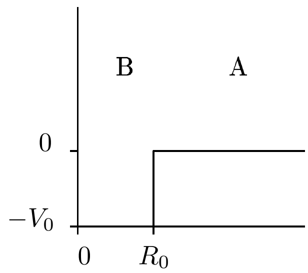
c) Berechnen Sie $\Delta x \cdot \Delta p$. (1 Punkt)

d) Zur Zeit $t = 0$ sei ein Zustand gegeben durch $\psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\psi_1(x) + \psi_2(x)\right)$. Berechnen Sie den zeitabhängigen Erwartungswert $\langle x \rangle$ des Ortes. (2 Punkte)

Aufgabe 19: Kernpotenzial zwischen Proton und Neutron (6 Punkte)

Das Kernpotenzial zwischen Proton und Neutron kann durch

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ -V_0, & 0 < x < R_0 \\ 0, & R_0 < x \end{cases}$$



mit $R_0 = 2 \cdot 10^{-15}$m approximiert werden.

a) Leiten Sie die Lösbarkeitsbedingung für gebundene Zustände her: (2 Punkte)

$$\cot kR_0 = -\frac{\kappa}{k} \quad \text{mit} \quad k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(E + V_0) \quad \text{und} \quad \kappa^2 = \frac{2m}{\hbar^2}E\,.$$

b) Zeigen Sie, dass außerdem

$$V_0 > \frac{\pi^2\hbar^2}{8mR_0^2}$$

gelten muss, wenn ein gebundener Zustand existiert. (1 Punkt)

c) Das Deuteron ist der einzige gebundene Zustand. Seine Bindungsenergie beträgt $-E = 2,23$ MeV. Schätzen Sie hieraus das Potenzial V_0 ab. (3 Punkte)