Übungen zur Vorlesung Physik III (WS 2010/2011) — Blatt 2

Prof. Dr. G. Münster, Prof. Dr. H. Zacharias

Abgabe der Lösungen: 03.11.2010

Aufgabe 3: Wellen – Grundlagen (8 Punkte)

a) Die folgenden Gleichungen beschreiben sich fortpflanzende Wellen:

$$\text{(i)} \qquad f_1(x,t) = A\cos\left(kx - at\right),$$
$$\text{(ii)} \qquad f_2(x,t) = B\exp\left(-k\left(4x + bt\right)\right),$$
$$\text{(iii)} \qquad f_3(x,t) = C\left[D + (x-ct)^2\right]^{-1}.$$

Dabei werde x in Metern und t in Sekunden gemessen. Wie muss man die Einheiten der Konstanten A, B, C, D, a, b und c (alle > 0) wählen, so dass f eine Auslenkung in Metern beschreibt? Geben Sie Ausbreitungsrichtung und -geschwindigkeit jeder Welle an. (3 Punkte)

b) Schreiben Sie die „Wellenfunktion“ $f(x,t) = A\cos(kx)\cdot\cos(\omega t)$ in der Form

$$f(x,t) = h_R(x - vt) + h_L(x + vt).$$

(2 Punkte)

c) Eine transversale Welle propagiere entlang der x-Achse. Der Vektor der Auslenkungsgröße $\vec{\zeta}$ habe die Komponenten $\zeta_y = \zeta_0\sin(kx - \omega t)$ und $\zeta_z = \zeta_0\cos(kx - \omega t)$.

Zeigen Sie, dass die Welle zirkular polarisiert ist. Was ist der Richtungssinn der Rotation von $\vec{\zeta}$ aus der Sicht eines Beobachters, der auf der x-Achse der Welle entgegenschaut? Geben Sie Ausdrücke für ζ_y und ζ_z an für den Fall einer Welle mit umgekehrter Polarisation. (3 Punkte)

Aufgabe 4: Reflexion am dichteren Medium (8 Punkte)

a) Eine in der positiven x-Richtung fortschreitende Seilwelle, die am Ort ihrer Erregung $x = 0$ zum Zeitpunkt $t = 0$ einen Wellenberg besitzt, trifft nach einem Laufweg $x = l$ senkrecht auf eine Wand und wird an ihr reflektiert. Wie lauten die Wellenfunktionen für die einfallende Welle $u_1(x,t)$ und die reflektierte Welle $u_2(x,t)$?

Hinweis: An der Reflexionsstelle befindet sich ein Schwingungsknoten (Reflexion am dichteren Medium), einfallende und reflektierte Welle löschen sich also dort zu allen Zeiten aus. (3 Punkte)

b) Als Folge von einfallender und reflektierter Seilwelle $u_1(x,t)$ und $u_2(x,t)$ bildet sich eine stehende Welle. Geben Sie die Wellenfunktion dieser Welle in der Form $u(x,t) = f(t)g(x)$ an.

Hinweis: Verwenden Sie die Beziehung $\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\left[(\alpha+\beta)/2\right]\sin\left[(\beta-\alpha)/2\right]$. (2 Punkte)

c) Die Wellenlänge sei $\lambda = 1\,\text{m}$, die Phasengeschwindigkeit $c = 1\,\text{m/s}$. An welchen Orten x bilden sich Schwingungsknoten und wo Schwingungsbäuche, wenn die Welle in der Entfernung $x = l = 3\,\text{m}$ vom Ort der Erregung reflektiert wird? Skizzieren Sie den Verlauf der stehenden Welle. (3 Punkte)

Aufgabe E2: Galilei-Transformationen (4 Punkte)

a) Die Newton'schen Bewegungsgleichungen für N Teilchen, die über konservative Paar-Kräfte miteinander wechselwirken, lauten

$$m_i \frac{\mathrm{d}^2 \vec{r}_i}{\mathrm{d}t^2} = -\nabla_i U(|\vec{r}_i - \vec{r}_1|, \ldots, |\vec{r}_i - \vec{r}_N|), \qquad i = 1, \ldots, N.$$

Zeigen Sie, dass diese Gleichungen unter Galilei-Transformationen (ohne Drehung) ihre Gestalt beibehalten. (2 Punkte)

b) In einer elektromagnetischen Welle im Vakuum genügen die Komponenten des elektromagnetischen Feldes der Wellengleichung

$$\Delta\phi(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \phi(\vec{r}, t) = 0.$$

Zeigen Sie durch explizite Rechnung, dass diese Wellengleichung nicht mit den Galilei-Transformationen verträglich ist. (2 Punkte)