

Übungsblatt 7: (14 P.)

Abgabe: 04.12.12-06.12.12

Aufgabe 1: (mündlich)

Die Wechselwirkung zwischen einem Neutron und einem Proton im Abstand r soll durch ein anziehendes Yukawa-Potential,

$$V(r) = -V_0 \frac{\exp(-r/a)}{r/a}, \quad (V_0 > 0),$$

beschrieben werden.

- a) [2P.] Stellen Sie die zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung auf und separieren Sie diese nach Relativ- und Schwerpunktanteilen.
- b) [2P.] Lösen Sie die Gleichung für die Schwerpunktbewegung und geben Sie die Winkelabhängigkeit der Eigenfunktionen der Relativbewegung an.
- c) [2P.] Wählen und begründen Sie den Variationsansatz

$$\varphi(\mathbf{r}) = c \exp\left(-\alpha \frac{r}{a}\right)$$

und berechnen Sie das Energiefunktional.

- d) [2P.] Bei welchem Wert von α wird dieses Energiefunktional minimal (Ritzsches Variationsverfahren)?
- e) [1P.] Für $a = 1,4 \cdot 10^{-13}$ cm, $V_0 = 50$ MeV, $q = 2\mu V_0 a^2 / \hbar^2 = 2,46$, (μ -reduzierte Masse) hat das optimale α aus d) den Zahlenwert 0,85. Schätzen Sie damit die Bindungsenergie des Deuterons ab.
- f) [1P.] Definieren Sie möglichst sinnvoll einen mittleren Radius des Deuterons und berechnen Sie diesen mit den Zahlenwerten aus e).

Aufgabe 2: (schriftlich)

Ein Teilchen der Masse m führe eine eindimensionale Bewegung in dem Potential

$$V(x) = \begin{cases} \gamma x, & \text{für } x \geq 0, \\ +\infty, & \text{für } x < 0. \end{cases}$$

- a) [2P.] Berechnen Sie mit dem Variationsansatz

$$\varphi(x) = \begin{cases} x e^{-\alpha x}, & \text{für } x \geq 0, \\ 0, & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

das Energiefunktional $\langle H \rangle_\varphi$. Begründen Sie den Ansatz.

Hinweis:

$$\int_0^\infty dy y^n e^{-\beta y} = \frac{n!}{\beta^{n+1}}.$$

- b) [2P.] Finden Sie mit dem Ritzschen Variationsverfahren eine obere Schranke für die Grundzustandsenergie.