Übungen zu Quantentheorie, WS 2012/2013

Prof. Dr. F. Jenko

Übungen im WWW: `http://pauli.uni-muenster.de/tp/`

Übungsblatt 5: (17P.) **Abgabe: 20.11.12-22.11.12**

Aufgabe 1: (mündlich)

Betrachten Sie die Kopplung von zwei Spin-1 Teilchen zum Gesamtspin.

a) [**2P.**] Wie lautet eine Basis des Produktraumes $H_1 \otimes H_1$?

b) [**1P.**] Bestimmen Sie den Eigenvektor $|2, 2; 1, 1\rangle$ zu den Operatoren $\mathbf{J}^2$, $\mathbf{J}_1^2$, $\mathbf{J}_2^2$, J_z.

c) [**1P.**] Berechnen Sie nun den Eigenvektor $|2, 1; 1, 1\rangle$ durch Anwendung des Leiteroperators J_-.

d) [**2P.**] Bestimmen Sie den Eigenvektor $|1, 1; 1, 1\rangle$

Hinweis: Dieser Eigenvektor muss zu $|2, 1; 1, 1\rangle$ orthogonal sein.

Bestimmen Sie jetzt die Eigenvektoren $|1, 0; 1, 1\rangle$, $|1, -1; 1, 1\rangle$ durch sukzessive Anwendung des Operators J_-.

e) [**1P.**] Bestimmen Sie den Eigenvektor $|0, 0; 1, 1\rangle$ aus der Bidingung, dass er zu allen anderen Eigenvektoren $|j, m; 1, 1\rangle$ orthogonal ist.

f) [**2P.**] Überzeugen Sie sich, dass damit eine vollständige Basis des Produkt-Hilbert-Raumes konstruiert wurde.

g) [**2P.**] Wie lauten damit die Clebsch-Gordan Koeffizienten $C(1\, m_1; 1\, m_2 | jm)$, $j = 0, 1, 2$.

Aufgabe 2: (schriflich) [3 P.]

Bestimmen Sie Energieeingenwerte zum Hamiltonoperator

$$H = a\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 + \mu\mathbf{B} \cdot (\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2),$$

wobei $\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2$ Spins mit $S = 1$ sind.

Aufgabe 3: (schriftlich) [3 P.]

Berechnen Sie für den Operator der Spin-Bahn-Wechselwirkung

$$H_{SB} = \lambda(\mathbf{L} \cdot \mathbf{S})$$

die folgenden Kommutatoren:

a) $[H_{SB}, \mathbf{L}]$,

b) $[H_{SB}, \mathbf{S}]$,

c) $[H_{SB}, \mathbf{L}^2]$,

d) $[H_{SB}, \mathbf{S}^2]$,

d) $[H_{SB}, \mathbf{J}^2]$, wobei $\mathbf{J} = \mathbf{S} + \mathbf{L}$ der Gesamtdrehimpuls ist.