`Übungen zu Quantentheorie, WS 2012/2013`

Prof. Dr. F. Jenko

Übungen im WWW: `http://pauli.uni-muenster.de/tp/`

Übungsblatt 10: (7 P.) **Abgabe: 11.01.13 bzw. 13.01.13**

Aufgabe 1: [**3P.**] **(schriftlich)**

Ein linearer harmonischer Oszillator mit der Masse m und der Ladung q befinde sich in einem elektrischen Wechselfeld:

$$\mathbf{F}(t) = F\,\mathbf{e}_z\,\cos(\omega\,t)\,.$$

Berechnen Sie in erster Ordnung Störungstheorie die Abhängigkeit des Erwartungswertes des elektrischen Dipolmomentes

$$\langle\widehat{p}\rangle = \langle\psi|q\,z|\psi\rangle$$

von der Frequenz ω.

Hinweis: Nehmen Sie an, dass sich vor dem Einschalten des Feldes zur Zeit $t = 0$ der Oszillator im Eigenzustand

$$|E_n^{(0)}\rangle = |n\rangle$$

befand.

Aufgabe 2: **(mündlich)**

Ein linearer harmonischer Oszillator mit der Masse m und der Ladung q befinde sich zur Zeit $t_a = -\infty$ in seinem Grundzustand. Zu diesem Zeitpunkt t_a wird ein homogenes, zeitabhängiges elektisches Feld aufgeschaltet:

$$\mathbf{F}(t) = F\,e^{-\alpha\,t^2}\,\mathbf{e}_z\,.$$

a) [**3P.**] Berechnen Sie für $t \to \infty$ die Verweilwahrscheinlichkeit $\widehat{w}_{00}^{(1)}(\infty)$ des Oszillators in seinem Grundzustand.

Auswertung des Intergals:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \exp(-\alpha\,t_1^2 + i\omega\,n\,t_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \exp\left(-\alpha\left(t_1 - \frac{i\omega n}{2\alpha}\right)^2 - \frac{\omega^2 n^2}{4\alpha}\right) =$$

$$\left|x = \frac{\omega\,n}{2\sqrt{\alpha}}\right| = \exp\left(-\frac{\omega^2\,n^2}{4\alpha}\right)\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\int_{-\infty-i\,x}^{+\infty-i\,x} dy\,e^{-y^2} \equiv \sqrt{\pi}\,.$$

Damit bleibt als Übergangswahrscheinlichkeit

$$w_{0n}^{(1)}(\infty) = \frac{q^2F^2\pi}{2m\alpha\hbar\omega}\,e^{\frac{-n^2\omega^2}{2\alpha}}\,\delta_{n1}\,.$$

Die Verweilwahrscheinlichkeit:

$$\widehat{w}_{00}^{(1)}(\infty) = 1 - \sum_n^{\neq 0} w_{0n}^{(1)}(\infty) = 1 - \frac{q^2F^2\pi}{2m\,\alpha\,\hbar\,\omega}e^{\frac{-\omega^2}{2\alpha}}\,.$$

b) [**1P.**] Unter welchem Bedingungen ist Störungstheorie erster Ordnung anwendbar?