Übungen zu Quantentheorie, WS 2012/2013

Prof. Dr. F. Jenko

Übungen im WWW: http://pauli.uni-muenster.de/tp/

Übungsblatt 9: (13 P.) **Abgabe: 18.12.12-20.12.12**

Aufgabe 1: [5 P.] (schriftlich)

a) **[3P.]** Berechnen Sie in erster Born'scher Näherung den differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma^B(\theta)}{d\Omega}$ für die Streuung von Teilchen der Masse m am Potential

$$V(r) = \begin{cases} -V_0, & \text{für} \quad r < r_0\,, \\ 0 & \text{für} \quad r > r_0 \end{cases}, \quad V_0 > 0 \quad \text{oder} \quad V_0 < 0\,.$$

b) **[2P.]** Spezialisieren Sie das Ergebnis auf den Grenzfall niedriger Energie (d.h. $kr_0 \ll 1$ mit $k = \sqrt{2mE/\hbar^2}$) und berechnen Sie für diesen Grenzfall den entsprechenden totalen Streuwirkungsquerschnitt σ^B.

Hinweis: Verwenden Sie die folgende Formel für die Streuamplitude in erster Born'scher Näherung

$$f^B(\theta) = -\frac{2m}{\hbar^2\kappa}\int_0^{+\infty} dr\, r\, V(r)\,\sin(\kappa r)\,, \quad \kappa = 2k\,\sin\frac{\theta}{2}\,.$$

Aufgabe 2: (mündlich)

a) **[2P.]** Berechnen Sie in erster Born'scher Näherung den differentiellen und totalen Wirkungsquerschnitt für die Streuung von Teilchen der Masse m am Yukawapotential

$$V(r) = V_0\,\frac{r_0}{r}\,e^{-r/r_0}\,.$$

b) **[2P.]** Betrachten Sie explizit die Grenzfälle niedriger bzw. hoher Energie (d.h. $kr_0 \ll 1$ bzw. $kr_0 \gg 1$ mit $k = \sqrt{2mE/\hbar^2}$).

c) **[4P.]** Zeigen Sie, dass der unter a) erhaltene differentielle Wirkungsquerschnitt bei dem Grenzübergang $V_0 \to 0$, $r_0 \to +\infty$, $V_0 r_0 = Z_1 Z_2 e^2 = \text{const.}$, welcher auf das Coulombpotential

$$V(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}$$

führt, die Rutherford'sche Streuformel

$$\frac{d\sigma_{\text{Coul}}(\theta)}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2mv^2}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}\,, \quad v = \frac{\hbar k}{m}$$

ergibt.

Hinweis: Benutzen Sie den Hinweis von Aufgabe 1 sowie die Formel

$$\int_0^{+\infty} d\rho\, e^{-\rho}\,\sin(\alpha\rho) = \frac{\alpha}{1+\alpha^2}\,, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$