

Übungsblatt 9: (17 P.)

Abgabe: **03.07.12**

Aufgabe 1: (mündlich) [11 P.]

Ein elektrisch geladenes Teilchen der Ladung $-e$ bewegt sich in einem kugelsymmetrischen Potential $V(r)$.

- [1 P.] Wie lautet die zeitunabhängige Schrödingergleichung? Geben Sie den Hamiltonoperator an.
- [2 P.] Geben Sie den Drehimpulsoperator \mathbf{L} an. Berechnen Sie explizit den Kommutator $[L_x, L_y]$.
- [2 P.] Beweisen Sie, dass

$$[\mathbf{L}^2, L_i] = 0, \quad i = x, y, z.$$

Was besagt diese Relation?

- [2 P.] Wie sieht der Laplace-Operator in Kugelkoordinaten (r, θ, φ) aus?
- [2 P.] Formulieren Sie nun den Hamiltonoperator unter Benutzung des Drehimpulsoperators \mathbf{L} in Kugelkoordinaten.
- [2 P.] Die zeitunabhängige Schrödingergleichung kann mit einem Separationsansatz

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R(r) Y(\theta, \varphi)$$

gelöst werden. Durch welche Eigenwertgleichungen sind die Funktionen $Y(\theta, \varphi)$ und $R(r)$ festgelegt?

Aufgabe 2: Stoßverbreiterung (schriftlich) [3 P.]

Zeigen Sie, dass eine emittierte Spektrallinie bei reiner Stoßdämpfung Lorentz-Form hat. Nehmen Sie dabei als Modell an, dass das Atom zunächst "semiklassisch" ungestört strahlt und durch Stöße mit anderen Teilchen (Atom, Ion, Wand, ...) den Strahlungsvorgang abrupt abbricht. Die Stöße erfolgen statistisch, d. h. die Wahrscheinlichkeit $P(\tau) d\tau$ dafür, einen einzigen Stoß im Zeitintervall $[\tau, \tau + d\tau]$ zu finden, ist durch die Verteilung

$$P(\tau) = \gamma e^{-\gamma \tau}$$

gegeben. Hierbei ist γ die Stoßrate, bzw. $1/\gamma$ die mittlere Stoßzeit.

Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Fourier-Transformierte $F(\omega)$ eines nach der Zeit τ abgehackten Wellenzuges und wichten Sie die daraus berechnete Frequenzverteilung $|F(\omega)|^2$ mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(\tau)$.

Aufgabe 3: Zeeman-Effekt und g -Faktor (mündlich)

- a) [1P.] Geben Sie die g -Faktoren der Terme der Multipletts 2P und 4P an (Landé-Faktoren, LS-Kopplung).⁷
- b) [1P.] Warum zeigt der Term ${}^4D_{1/2}$ keine Zeeman-Aufspaltung?
- c) [1P.] Können Sie ein Beispiel finden, bei dem der g -Faktor negativ wird?