

Übungsblatt 8: (12 P.)

Abgabe: 12.06.12

Aufgabe 1: (schriftlich) [3 P.]

Ein Teilchen der Masse m bewegt sich in dem Potential:

$$V(q) = \begin{cases} \infty, & \text{für } q < 0, \\ \frac{1}{2}m\omega^2q^2, & \text{für } q > 0. \end{cases}$$

Berechnen Sie Eigenwerte und Eigenfunktionen des Hamilton-Operators

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(q).$$

Aufgabe 2: (schriftlich) [2 P.]

Betrachten Sie den Quantenzahloperator $N = b^\dagger b$, wobei b und b^\dagger der Erzeugungs- und der Vernichtungsoperatoren sind. Verifizieren Sie die folgenden Kommutatorrelationen:

1) $[b^m, b^\dagger] = m b^{m-1}$,

2) $[b, b^{\dagger m}] = m (b^\dagger)^{m-1}$,

3) $[N, b^m] = -m b^m$,

4) $[N, b^{\dagger m}] = m b^{\dagger m}$.

Hinweis: Benutzen Sie bei 1) und 2) die Methode der vollständigen Induktion.

Aufgabe 3: (mündlich) [2 P.]

Beweisen Sie explizit die Orthonormalität $\langle n | m \rangle = \delta_{n,m}$ der Eigenzustände

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (b^\dagger)^n |0\rangle$$

des Quantenzahloperators N .

Hinweis: Betrachten Sie o. B. d. A. den Fall $n > m$ und benutzen Sie die Formel $b |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle$.

Aufgabe 4: (Auswahlregeln und Übergangswahrscheinlichkeit)

- (schriftlich) [1 P.]** Ermitteln Sie unter Berücksichtigung der Feinstruktur, des Lamb-Shifts und der Dipol-Auswahlregeln die Struktur der Lyman- α -Linie ($n = 2 \rightarrow n = 1$) im Wasserstoffatom. Ignorieren Sie die Hyperfeinstruktur.
- (schriftlich) [2 P.]** Berücksichtigen Sie nun die Hyperfeinstruktur der nach a) erlaubten Übergänge. Welche Übergänge werden beobachtet? Zeichnen Sie ein Diagramm.
- (mündlich) [2 P.]** Der Zustand $2s_{1/2}$ ist metastabil. Er könnte doch spontan in den Zustand $2p_{1/2}$ zerfallen. Warum beobachtet man das nicht? Ist eine Auswahlregel verletzt?