

Übungsblatt 5: (14 P.)

Abgabe: 15.05.12

Aufgabe 1: (schriftlich) Streuzustände an einer Potentialbarriere

Betrachten Sie die eindimensionale zeitunabhängige Schrödingergleichung für ein Potential der Form

$$V(x) = \begin{cases} V_0 > 0 & \text{für } 0 < x < l \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Ein aus dem negativen Unendlichen kommendes Teilchen der Energie $E > V_0$ soll an dieser Potentialbarriere gestreut werden.

- a) [2P.] Welches qualitative Verhalten erwarten Sie für die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion in den verschiedenen Bereichen? Formulieren Sie geeignete Ansätze für die Wellenfunktion in den Bereichen I: $x < 0$, II: $0 < x < l$ und III: $x > l$. Welche Anschlussbedingungen müssen an den Stellen $x = 0$ und $x = l$ gelten?
- b) [2P.] Berechnen Sie nun die Wahrscheinlichkeitsstromdichte in den drei Bereichen, und geben Sie die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten in Abhängigkeit der Amplituden aus den Ansätzen in Aufgabenteil a) an.
- c) [4P.] Berechnen Sie schließlich den Transmissionskoeffizienten explizit als Funktion der Energie des einfallenden Teilchens und erklären Sie anhand des Ergebnisses den Begriff der Streuresonanz. (Hinweis: Benutzen Sie die Anschlussbedingungen aus Aufgabenteil a), um Relationen zwischen den Amplituden herzuleiten.)

Aufgabe 2: Spin-Bahn-Wechselwirkung

- a) [2P.] (mündlich) Unter welchem Winkel kann sich der Spinvektor eines Elektrons zu einer gegebenen Quantisierungsachse einstellen? Berechnen Sie den Winkel zwischen den Vektoren des Gesamtdrehimpulses und des Bahndrehimpulses für den Zustand $^2f_{5/2}$.
- b) [2P.] (schriftlich) Zeigen Sie, dass die Spin-Bahn-Wechselwirkung für ein Elektron, das sich im H-Atom auf einer Kreisbahn mit dem Bohr'schen Radius $r = a_B$ bewegt, sehr viel kleiner ist die Gesamtenergie auf dieser Kreisbahn (grobe semiklassische Abschätzung; nehmen Sie die Energie des Grundzustands).
- c) [2P.] (schriftlich) Zeigen Sie allgemein, dass der relativistische Korrekturterm (Feinstruktur) im Wasserstoffatom für keinen möglichen Wert der Quantenzahlen n und j verschwindet.