

Übungsblatt 10: (12 P.)

Abgabe: 10.07.12

Aufgabe 1: (mündlich)

Betrachten Sie das Wasserstoffatom ohne Berücksichtigung des Spins und ohne relativistische Korrekturen. Berechnen Sie für den Grundzustand

- a) [3P.] den wahrscheinlichsten Wert für den Abstand des Elektrons vom Kern;

Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Antreffwahrscheinlichkeit

$$W_{10}(r) dr := r^2 dr \int_{[4\pi]} d\Omega |u_{100}(\mathbf{r})|^2$$

für die Kugelschale mit dem inneren Radius r und dem äußeren Radius $r + dr$. Verwenden Sie dabei die Grundzustandseigenfunktionen

$$u_{100}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_H^3}} \exp\left[-\frac{r}{a_H}\right], \quad a_H := \frac{\hbar}{m_e^2} \left(1 + \frac{m_e}{m_p}\right).$$

- b) [1P.] den Erwartungswert und die Unbestimmtheit dieses Abstandes;

Hinweis: Benutzen Sie die Formel

$$\int_0^{+\infty} d\rho \rho^\nu e^{-\beta\rho} = \frac{\nu!}{\beta^{\nu+1}}, \quad \nu \in \mathbb{N}_0, \quad \beta \in \mathbb{R}^+.$$

- c) [1P.] die Wahrscheinlichkeit dafür, das Elektron in einem Abstand $r > a_H$ anzutreffen;

Hinweis: Verwenden Sie die Formel

$$\int d\rho \rho^2 e^{-\beta\rho} = -\left[\frac{\rho^2}{\beta} + \frac{2\rho}{\beta^2} + \frac{2}{\beta^3}\right] e^{-\beta\rho} + C.$$

- d) [3P.] den wahrscheinlichsten Wert für den Impulsbetrag;

Hinweis: Analog zu a) berechnen Sie zunächst

$$W_{10}(p) dp = p^2 dp \int_{[4\pi]} d\Omega_p |\tilde{u}_{100}(\mathbf{p})|^2$$

mit

$$\tilde{u}_{100}(\mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \int_{\mathbb{R}^3} d^3r e^{-(i/\hbar)\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} u_{100}(\mathbf{r}).$$

Verwenden Sie auch die Formel

$$\int_0^{+\infty} d\xi \xi \sin(\alpha\xi) e^{-\beta\xi} = \frac{2\alpha\beta}{(\alpha^2 + \beta^2)^2}, \quad \alpha \in \mathbb{R}, \quad \beta \in \mathbb{R}^+.$$

Aufgabe 2: Zeeman-Effekt und Elektronenspin-Resonanz (mündlich)

- a) [2P.] Skizzieren Sie qualitativ die Energieverschiebungen der Hyperfeinniveaus des Deuteriumatoms im Grundzustand als Funktion der von außen angelegten magnetischen Flussdichte (Übergang vom Zeeman-Effekt zum Paschen-Back-Effekt).
- b) [1P.] Welche Frequenz ist nötig, um in einem Magnetfeld von 0,13 T Elektronenspin-Übergänge zwischen der parallelen und der antiparallelen Ausrichtung zu induzieren? Ignorieren Sie Kopplungen des Spins an andere Drehimpulse.

Aufgabe 3: (mündlich) [1P.]

Der Gleichgewichtsabstand des Moleküls H^{35}Cl beträgt $1,27 \text{ \AA}$. Ermitteln Sie das Trägheitsmoment des Moleküls und den Frequenzabstand zweier Rotationsabsorptionslinien. Die Frequenz der Grundschiwingung des H^{35}Cl -Moleküls beträgt etwa $8,7 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$. Berechnen Sie die Kraftkonstante der H-Cl-Bindung.