

Störungsrechnung im Funktionalintegralformalismus

Michael Rath

16. Januar 2008

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	QM: Darstellung der Grundzustandsenergie über Euklidischen Propagator	2
3	Euklidischer Propagator für den Anharmonischen Oszillator	3
3.1	Berechnung des Euklidischen Propagators für den Anharmonischen Oszillator über Einführung eines Quellterms und Funktionalableitung	3
4	Entwicklung und explizite Berechnung der Störung erster Ordnung	4
4.1	Berechnung von $K_E^0[J]$	4
4.2	Störungsentwicklung der Energie	6
5	QFT: Bestimmung des Erzeugendenfunktional für Lagrangedichte mit ϕ^4 Term	6
5.1	Veranschaulichung der Methode durch näherungsweise Bestimmung von $G^{(2)}(x_1, x_2)$	7
6	Ausblick - Die Feynmanregeln	9
6.1	Weiteres Beispiel: Vierpunktfunktion	11
7	Fazit	11

1 Einleitung

Störungsrechnung wird genutzt, um Probleme, die in ihrer Energie nur leicht von bekannten Problemen abweichen, zu entwickeln.

Wir werden hier die Problemstellung erst von der Quantenmechanik aus motivieren und das Euklidische Pfadintegral nutzen um explizit Störungstherme zu errechnen. Das ist nicht einfacher als der Standardweg, aber die verwendeten Techniken ähneln der der Quantenfeldtheorie sehr.

Dann werden wir die Methoden auf die Quantenfeldtheorie übertragen. Dort werden wir dann jede beliebige Greensfunktion über das entsprechende Erzeugendenfunctional berechnen können. Schließlich werden wir im Ausblick noch bemerken, dass die errechneten Terme denen entsprechen, welche aus der Verwendung und Berechnung von Feynman-Diagrammen hervorgehen.

2 QM: Darstellung der Grundzustandsenergie über Euklidischen Propagator

Zunächst bestimmen wir die Grundzustandsenergie. Sie lässt sich zum Beispiel relativ einfach mit der kanonischen Zustandssumme aus der Statistik herleiten; wir jedoch betrachten hier einfach den Euklidischen Propagator von $q = 0$ nach $q' = 0$:

$$\begin{aligned} K_E(0, \beta; 0, 0) &= \langle q' = 0 | e^{-\beta H} | q = 0 \rangle \\ &= \langle q' = 0 | \left(e^{-\beta H} \sum_j |j\rangle \langle j| \right) | q = 0 \rangle \\ &= \sum_j e^{-\beta E_j} \phi_j(0) \phi_j^*(0) \end{aligned}$$

wobei die ϕ_j die Wellenfunktionen von H sind und β ein Zeitparameter ist. Es dominiert der Beitrag des Grundzustands für große β und es ergibt sich

$$E_0 = - \lim_{\beta \rightarrow \infty} \frac{1}{\beta} \log K_E(0, \beta; 0, 0) \quad (1)$$

Es gilt

$$K_E(0, \beta; 0, 0) = \int \mathcal{D}q e^{-S_E(\dot{q}, q)}$$

wobei

$$S_E = \int_0^\beta d\tau \left(\frac{m\dot{q}^2}{2} + V(q) \right)$$

die Euklidische Wirkung ist, $\dot{q} = \frac{dq}{d\tau}$ und der Pfad über den wir integrieren bei $q = 0$ anfängt und aufhört.

3 Euklidischer Propagator für den Anharmonischen Oszillator

Als Beispiel zur Verdeutlichung, besseren Anschauung und zum Vergleichen mit den Ergebnissen der Quantenmechanik werden wir den anharmonischen Oszillator mit einem zusätzlichen $\frac{\lambda}{4!}q^4$ Term betrachten:

$$K_E(0, \beta; 0, 0) = \int \mathcal{D}q \exp \left(- \int d\tau \left(\frac{m\dot{q}^2}{2} + \frac{1}{2}m\omega^2 q^2 + \frac{\lambda}{4!}q^4 \right) \right) \quad (2)$$

Genau wie in der QM ist dieses Problem auch mit Pfadintegralen nicht exakt lösbar und bedingt somit eine Entwicklung in λ . Dies ist aber nur möglich wenn wir zunächst einen Standardtrick aus der QFT anwenden, der wie folgt aussieht:

3.1 Berechnung des Euklidischen Propagators für den Anharmonischen Oszillator über Einführung eines Quellterms und Funktionalableitung

Man definiert zunächst

$$K_e^0[J] = \int \mathcal{D}q \exp \left(- \int d\tau \left(\frac{m\dot{q}^2}{2} + \frac{1}{2}m\omega^2 q^2 - J(\tau)q(\tau) \right) \right), \quad (3)$$

sozusagen der Harmonische Oszillator mit einem zusätzlichen Quellterm. Im Gegensatz zu 2 ist dieses Integral exakt lösbar.

Wir betrachten nun

$$\frac{\delta K_e^0[J]}{\delta J(\tau_1)} = \int \mathcal{D}q q(\tau_1) \exp \left(- \int d\tau \left(\frac{m\dot{q}^2}{2} + \frac{1}{2}m\omega^2 q^2 + J(\tau)q(\tau) \right) \right)$$

Durch die Ableitung kommt ein q in das Integral, ein weiteres Ableiten liefert

$$\frac{\delta^2 K_e^0[J]}{\delta J(\tau_1)\delta J(\tau_2)} = \int \mathcal{D}q q(\tau_1)q(\tau_2) \exp \left(- \int d\tau \left(\frac{m\dot{q}^2}{2} + \frac{1}{2}m\omega^2 q^2 + J(\tau)q(\tau) \right) \right)$$

...usw. Es lässt sich schließlich allgemein zeigen, dass

$$F \left[\frac{\delta}{\delta J} \right] K_E^0[J] = \int \mathcal{D}q F[q] e^{-S_E^0[J]} \quad (4)$$

wobei $S_E^0[J]$ die Euklidische Wirkung mit Quelle ist.

Wählt man nun $F[q] = \exp\left(-\int d\tau \frac{\lambda}{4!} q^4\right)$, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \exp\left(-\int d\tau \frac{\lambda}{4!} \left(\frac{\delta}{\delta J}\right)^4\right) K_E^0[J] &= \int \mathcal{D}q \exp\left(-\int d\tau \frac{\lambda}{4!} q^4\right) e^{-S_E^0[J]} \\ &= \int \mathcal{D}q \exp\left(-\int d\tau \frac{\lambda}{4!} q^4 + \frac{m\dot{q}^2}{2} + \frac{1}{2}m\omega^2 q^2 - J(\tau)q(\tau)\right) \end{aligned}$$

und wenn man nun $J = 0$ wählt, ist man wieder bei Gleichung (2), also folgt ganz allgemein

$$K_E(0, \beta; 0, 0) = \left(\exp\left(-\int d\tau \frac{\lambda}{4!} \left(\frac{\delta}{\delta J}\right)^4\right) K_E^0[J] \right)_{J=0} \quad (5)$$

4 Entwicklung und explizite Berechnung der Störung erster Ordnung

Wir entwickeln die Exponentialfunktion in Gleichung (5)

$$\begin{aligned} K_E(0, \beta; 0, 0) &= \left(\left(1 - \int d\tau \frac{\lambda}{4!} \left(\frac{\delta}{\delta J(\tau)}\right)^4 + \frac{1}{2!} \int d\tau \frac{\lambda}{4!} \left(\frac{\delta}{\delta J(\tau)}\right)^4 \int d\tau' \frac{\lambda}{4!} \left(\frac{\delta}{\delta J(\tau')}\right)^4 + \dots \right) K_E^0[J] \right)_{J=0} \\ &= K_E^0[J] - \frac{\lambda}{4!} \left(\int d\tau \left(\frac{\delta}{\delta J(\tau)}\right)^4 K_E^0[J] \right)_{J=0} + o(\lambda^2) \end{aligned}$$

4.1 Berechnung von $K_E^0[J]$

Die Berechnung erfolgt analog zu der im Vortrag über das Erzeugende Funktional; es ergibt sich:

$$K_E^0[J] = C \exp\left(\frac{1}{2} \int d\tau J(\tau) d\tau' G(\tau, \tau') J(\tau')\right) \quad (6)$$

Die Greensfunktion lässt sich im Limes $\beta \rightarrow \infty$ finden. Um das Problem einfacher lösen zu können, wählen wir die Integrationsgrenzen symmetrisch zu $(-\frac{\beta}{2}, +\frac{\beta}{2})$

Man betrachtet die Bewegungsgleichung

$$m \left(\frac{d^2}{d\tau^2} - \omega^2 \right) G(\tau, \tau') = \delta(\tau - \tau')$$

Nach Fouriertransformation ergibt sich

$$G(\tau, \tau') = -\frac{1}{m} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \frac{1}{(k^2 + \omega^2)} e^{ik(\tau - \tau')} \quad (7)$$

Damit lässt sich nun die Korrektur erster Ordnung von K_E berechnen, durch die wir die Korrektur erster Ordnung für die Grundzustandsenergie erhalten!

Wir hatten bereits

$$K_E^0[J] - \frac{\lambda}{4!} \left(\int d\tau \left(\frac{\delta}{\delta J(\tau)} \right)^4 K_E^0[J] \right)_{J=0} \quad (8)$$

Da wir im zweiten Term vierfach nach J ableiten und danach $J = 0$ setzen, sind genau nur die Teile des Terms relevant, welche J in der vierten Potenz enthalten:

$$\begin{aligned} K_E^0[J] &= C \exp \left(\frac{1}{2} \int d\tau J(\tau) d\tau' G(\tau, \tau') J(\tau') \right) \\ &= \text{irrelevant} + C \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \int d\tau J(\tau) d\tau' G(\tau, \tau') J(\tau') \right)^2 \\ &= \frac{C}{8} \langle J_1 G_{12} J_2 \rangle \langle J_3 G_{34} J_4 \rangle \end{aligned} \quad (9)$$

wobei $\langle J_1 G_{12} J_2 \rangle = \int d\tau_1 d\tau_2 J(\tau_1) G(\tau_1, \tau_2) J(\tau_2)$

Setzt man nun (9) in (8) ein, so ergibt sich

$$K_E = C \left(1 - \frac{\lambda}{4!} \frac{1}{8} \int d\tau \left(\frac{\delta}{\delta J(\tau)} \right)^4 \langle J_1 G_{12} J_2 \rangle \langle J_3 G_{34} J_4 \rangle + o(\lambda^2) \right) \quad (10)$$

Man kann zeigen, dass für die Funktionalableitung in (10)

$$K_E = C \left(1 - \frac{1}{8} \frac{\lambda}{4!} \int d\tau 4! G(\tau, \tau)^2 \right)$$

gilt. Für $\tau = \tau'$ ergibt sich aus (7)

$$G(\tau, \tau) = -\frac{1}{m} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \frac{1}{(k^2 + \omega^2)} e^0 = -\frac{1}{2m\omega}$$

und somit

$$K_E(0, \beta; 0, 0) = C \left(1 - \frac{\beta\lambda}{32m^2\omega^2} + o(\lambda^2) \right) \approx C \exp \left(-\frac{\beta\lambda}{32m^2\omega^2} \right) \quad (11)$$

da das τ Integral einfach das Zeitintervall β liefert.
Die letzte Näherung gilt nur bis zur Ordnung λ !

4.2 Störungsentwicklung der Energie

Wenn wir uns nun noch einmal die Grundzustandsenergie, wie wir sie in Gleichung (1) erarbeitet hatten anschauen und (11) einsetzen, ergibt sich

$$E_0 = - \lim_{\beta \rightarrow \infty} \frac{1}{\beta} \log K_E(0, \beta; 0, 0) = - \lim_{\beta \rightarrow \infty} \frac{1}{\beta} \left(\log C - \frac{\beta \lambda}{32m^2\omega^2} \right)$$

Der erste Term muss der Grundzustandsenergie entsprechen, wir führen noch \hbar ein und es ergibt sich bei passender Wahl von C

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega + \frac{\beta \lambda}{32m^2\omega^2} + o(\lambda^2)$$

Wenn man das Ergebnis mit der Standard Störungsrechnung vergleicht, so sieht man mit

$$\int_{-\infty}^{\infty} dq \phi_0^*(q) \left(\frac{\lambda}{4!} q^4 \right) \phi_0(q) = \dots = \frac{\hbar \lambda}{32m^2\omega^2}$$

dass die Ergebnisse übereinstimmen.

Die hier vorgeführte Technik zur Annäherung der Grundzustandsenergie kann normalerweise nicht wirklich als Konkurrent zur Standardtechnik gesehen werden, jedoch wenn es um Berechnungen höherer Ordnungen geht, wird die Rechnung mit der Pfadintegralmethode immer effizienter.

Die Hauptmotivation hinter dieser Methode sollte jedoch sein, dass sie den in der QFT verwendeten Methoden sehr ähnelt.

5 QFT: Bestimmung des Erzeugendenfunktional für Lagrangedichte mit ϕ^4 Term

Wie schon gesehen lässt sich das Funktionalintegral nicht mehr exakt berechnen, sobald die Lagrangefunktion Terme höherer als quadratischer Ordnung enthält.

Wir betrachten nun die Lagrangedichte

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - \frac{\lambda}{4!} \phi^4$$

Bis auf eine zu vernachlässigende Konstante ergibt sich das Erzeugende Funktional zu

$$Z[J] = C \int \mathcal{D}\phi \exp \left(i \int d^4x \left(\frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - \frac{\lambda}{4!} \phi^4 + J\phi \right) \right)$$

Wegen des $\frac{\lambda}{4!} \phi^4$ - Terms können wir das Funktionalintegral nicht mehr exakt berechnen. Aber wir können genau wie bei der Störungsrechnung in der Quantenmechanik (s.o.) den Term höherer Ordnung durch eine Funktionalableitung nach J ersetzen

$$\begin{aligned}
Z[J] &= C \int \mathcal{D}\phi \exp\left(-i \frac{\lambda}{4!} \int d^4x \phi^4\right) \exp\left(i \int d^4x \left(\frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 - \frac{1}{2}m^2\phi^2 + J\phi\right)\right) \\
&= C \int \mathcal{D}\phi \exp\left(-i \frac{\lambda}{4!} \int d^4x \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta J(x)}\right)^4\right) \exp\left(i \int d^4x \left(\frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 - \frac{1}{2}m^2\phi^2 + J\phi\right)\right)
\end{aligned}$$

(Dabei sollte uns das zusätzliche i in der Funktionalableitung nicht stören, da die Berechnung hier nicht wie oben euklidisch erfolgt)

Zieht man die erste Exponentialfunktion aus dem Integral heraus, so bleibt das Funktionalintegral für Z_0 übrig. Wenn man nun noch die Konstante C so anpasst, dass $Z[J=0] = 0$, so erhält man

$$Z[J] = \frac{\exp\left(-i \frac{\lambda}{4!} \int d^4x \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta J(x)}\right)^4\right) \exp\left(-\frac{1}{2} \int d^4x d^4x' J(x) \Delta_F(x, x') J(x')\right)}{\left(\exp\left(-i \frac{\lambda}{4!} \int d^4x \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta J(x)}\right)^4\right) \exp\left(-\frac{1}{2} \int d^4x d^4x' J(x) \Delta_F(x, x') J(x')\right)\right)_{J=0}}$$

Mit diesem Ausdruck können wir nun die Störungsentwicklung für jede beliebige Greensfunktion ausrechnen.

5.1 Veranschaulichung der Methode durch näherungsweise Bestimmung von $G^{(2)}(x_1, x_2)$

Wir berechnen nun $G^{(2)}(x_1, x_2)$ bis zur ersten nichttrivialen Ordnung in λ

$$G^{(2)}(x_1, x_2) = \frac{\left(\frac{1}{i^2} \frac{\delta^2}{\delta J(x_1) \delta J(x_2)} \exp\left(-i \frac{\lambda}{4!} \int d^4x \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta J(x)}\right)^4\right) \exp\left(-\frac{1}{2} \langle J_a \Delta_{Fab} J_b \rangle\right)\right)_{J=0}}{\left(\exp\left(-i \frac{\lambda}{4!} \int d^4x \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta J(x)}\right)^4\right) \exp\left(-\frac{1}{2} \langle J_a \Delta_{Fab} J_b \rangle\right)\right)_{J=0}}$$

$$\text{wobei } \langle J_a \Delta_{Fab} J_b \rangle = \int d^4x d^4x' J(x) \Delta_F(x, x') J(x')$$

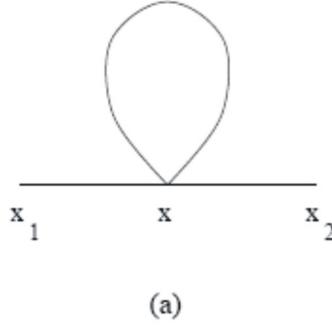
Sowohl im Zähler als auch im Nenner können wir nun die Exponentialfunktionen entwickeln. Die einzigen Terme die überbleiben, sind natürlich wieder diejenigen, die die gleiche Anzahl von J 's und entsprechenden Funktionalableitungen nach J enthalten, da nach dem Ableiten schließlich wieder $J = 0$ gesetzt wird.

Wir wollen nun im Zähler denjenigen Term betrachten, der linear in λ ist. Insgesamt gibt es sechs Ableitungen, also brauchen wir den Term aus der Entwicklung, welcher J in sechster Potenz enthält:

$$-\frac{\delta^2}{\delta J(x_1)\delta J(x_2)} \left(-i\frac{\lambda}{4!}\right) \int d^4x \left(\frac{\delta}{\delta J(x)}\right)^4 \frac{1}{3!} \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \langle J_a \Delta_{Fab} J_b \rangle \langle J_c \Delta_{Fcd} J_d \rangle \langle J_e \Delta_{Fef} J_f \rangle$$

Führt man die Funktionalableitung aus, so erhält man $6! = 720$ Terme. Trotzdem ergeben sich nur zwei unterschiedliche analytische Ausdrücke; Der eine Term tritt auf, wenn die Ableitungen bei x_1 un x_2 auf verschiedene $\langle \dots \rangle$ wirken, der andere wenn sie auf das gleiche $\langle \dots \rangle$ wirken. Durch kombinatorische Überlegungen kommt man darauf, dass 576 Terme den folgenden Ausdruck liefern:

$$-\frac{i\lambda}{2} \int d^4x \Delta_F(x_1 - x) \Delta_F(x - x) \Delta_F(x - x_2) \quad (12)$$



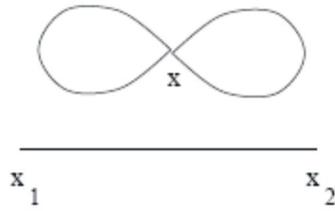
welcher mit Abbildung (a) veranschaulicht werden kann. Der andere Term wird 144 mal angenommen, er lautet

$$-\frac{i\lambda}{8} \Delta_F(x_1 - x_2) \int d^4x \Delta_F(x - x)^2 \quad (13)$$

und wird durch Abbildung (b) veranschaulicht.

Der Nenner kann auf eine ähnliche Weise berechnet werden, die Greensfunktion lautet

$$\begin{aligned} G^{(2)}(x_1, x_2) &= \left(\Delta_F(x_1 - x_2) - \frac{i\lambda}{2} \int d^4x \Delta_F(x_1 - x) \Delta_F(x - x) \Delta_F(x - x_2) \right. \\ &\quad \left. - \frac{i\lambda}{8} \Delta_F(x_1 - x_2) \int d^4x \Delta_F(x - x)^2 + o(\lambda^2) \right) \\ &\quad \cdot \left(1 - \frac{i\lambda}{8} \int d^4x \Delta_F(x - x)^2 + o(\lambda^2) \right)^{-1} \end{aligned}$$



(b)

$$\begin{aligned}
&= \left(\Delta_F(x_1 - x_2) - \frac{i\lambda}{2} \int d^4x \Delta_F(x_1 - x) \Delta_F(x - x) \Delta_F(x - x_2) + o(\lambda^2) \right) \\
&\quad \cdot \left(1 - \frac{i\lambda}{8} \int d^4x \Delta_F(x - x)^2 + o(\lambda^2) \right) \\
&\quad \cdot \left(1 - \frac{i\lambda}{8} \int d^4x \Delta_F(x - x)^2 + o(\lambda^2) \right)^{-1} \\
&= \Delta_F(x_1 - x_2) - \frac{i\lambda}{2} \int d^4x \Delta_F(x_1 - x) \Delta_F(x - x) \Delta_F(x - x_2) + o(\lambda^2)
\end{aligned}$$

Es lässt sich noch bemerken, dass anschaulich hier Abbildung (b) quasi herausgekürzt wird und erst wieder in Termen höherer Ordnung auftauchen wird.

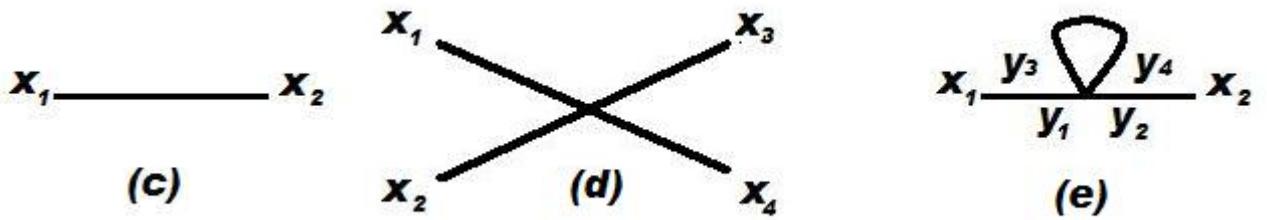
6 Ausblick - Die Feynmanregeln

Will man zum Beispiel nun die 4-Punktfunktion berechnen und das ganze noch in höherer Ordnung werden die Terme und Rechnungen schnell ziemlich länglich. Um den Überblick über die Störungsentwicklung nicht zu verlieren geht man systematisch vor und stellt die jeweiligen Situationen graphisch in Diagrammen dar, die sich durchrechnen lassen - dies geschieht mit Hilfe der Feynmanregeln.

Der einfache Propagator entspricht $\Delta_F(x_1 - x_2)$ (siehe Abb. (c)) Für den Vertex (d) gilt

$$\begin{aligned}
V(x_1, x_2, x_3, x_4) &= \left(\frac{i\delta S[\phi]}{\delta\phi(x_1)\delta\phi(x_2)\delta\phi(x_3)\delta\phi(x_4)} \right)_{\phi=0} \\
&= i\lambda \int d^4x \delta(x - x_1)\delta(x - x_2)\delta(x - x_3)\delta(x - x_4)
\end{aligned}$$

Nun muss man über die Punkte, an denen der Vertex mit den Propagatoren zusammentrifft integrieren. Damit gilt zum Beispiel für Abb. (e):



$$\begin{aligned}
 (e) &= \int d^4 y_1 d^4 y_2 d^4 y_3 d^4 y_4 \Delta_F(x_1 - y_1) \Delta_F(y_2 - x_2) \Delta_F(y_3 - y_4) V(x_1, x_2, x_3, x_4) \\
 &= \int d^4 y d^4 y_1 d^4 y_2 d^4 y_3 d^4 y_4 \Delta_F(x_1 - y_1) \Delta_F(y_2 - x_2) \Delta_F(y_3 - y_4) \\
 &\quad \cdot (-i\lambda \delta(y - y_1) \delta(y - y_2) \delta(y - y_3) \delta(y - y_4)) \\
 &= -i\lambda \Delta_F(0) \int d^4 y \Delta_F(x_1 - y) \Delta_F(y - x_2)
 \end{aligned}$$

Wenn das Diagramm nun noch eine interne Symmetrie enthält, muss noch zusätzlich durch den entsprechenden Symmetriefaktor geteilt werden. In unserem Fall ergibt sich wegen Rotationsinvarianz der Symmetriefaktor 2 und wir erhalten schlussendlich

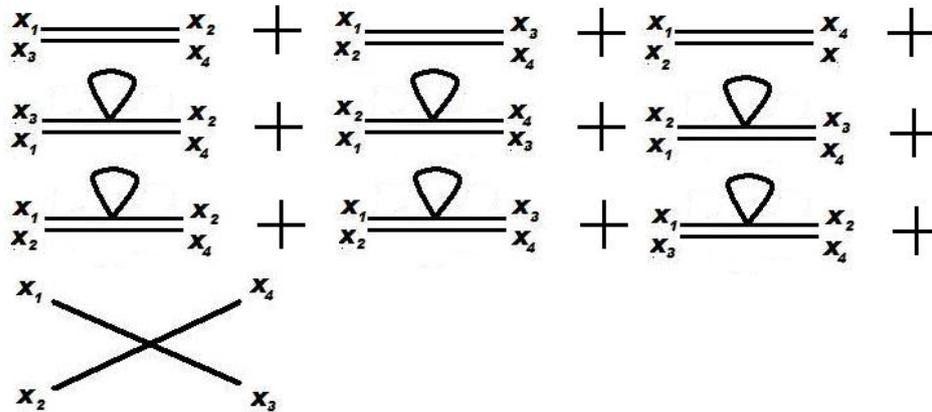
$$(e) = -\frac{i\lambda}{2} \Delta_F(0) \int d^4 y \Delta_F(x_1 - y) \Delta_F(y - x_2),$$

was wir ja auch schon als Störungsterm erster Ordnung errechnet hatten.

Zweipunktfunktion ausgedrückt durch Feynmandiagramme



6.1 Weiteres Beispiel: Vierpunktfunktion



ergibt ausgeschrieben folgendes

$$= -(\Delta_F(x_1 - x_2)\Delta_F(x_3 - x_4) + \Delta_F(x_1 - x_3)\Delta_F(x_2 - x_4) + \Delta_F(x_1 - x_4)\Delta_F(x_2 - x_3))$$

$$-\frac{i\lambda}{2}\Delta_F(0) \int d^4x [$$

$$\Delta_F(x_1 - x_2)\Delta_F(x - x_3)\Delta_F(x - x_4) + \Delta_F(x_1 - x_3)\Delta_F(x - x_2)\Delta_F(x - x_4)$$

$$\Delta_F(x_1 - x_4)\Delta_F(x - x_2)\Delta_F(x - x_3) + \Delta_F(x_2 - x_3)\Delta_F(x - x_1)\Delta_F(x - x_4)$$

$$\Delta_F(x_2 - x_4)\Delta_F(x - x_1)\Delta_F(x - x_3) + \Delta_F(x_3 - x_4)\Delta_F(x - x_1)\Delta_F(x - x_2)]$$

$$-i\lambda \int d^4x \Delta_F(x - x_1)\Delta_F(x - x_2)\Delta_F(x - x_3)\Delta_F(x - x_4)$$

7 Fazit

Wenn man definitiv eine Sache aus diesem Vortrag mitnehmen sollte, so ist es wieder einmal die, dass es verschiedene Wege gibt die zum gleichen Ziel führen, und das all diese Wege äquivalent sind - der Weg über das Pfadintegral ist vielleicht ein wenig intuitiver

als der Standardweg zur Herleitung der Feynmanregeln, welche schließlich dann die unbedingt notwendige übersichtliche Form der Berechnung von Störungstermen liefern.

Zentral an dieser ansonsten sehr technischen Rechnung ist schließlich der Trick mit der allgemeinen Einführung des Quellterms, um über Funktionalableitung dann verschiedenste Störungen (hier am Beispiel des quartischen anharmonischen Oszillators gezeigt) darstellen zu können.

Aufgrund seiner Allgemeingültigkeit wird er sich noch in verschiedenen anderen Situationen anwenden lassen.