Übungen zu Atom- und Quantenmechanik/Physik IV, SoSe 2007

Prof. Dr. R. Friedrich/Prof. Dr. H. Zacharias

Übungen im WWW: `http://pauli.uni-muenster.de/tp/`

Übungsblatt 5: (20P.) **Abgabe: 03.05.07**

Aufgabe 1: Wellenpakete (schrieftlich)

a)[**1 P.**]Formulieren Sie die Schrödingergleichung für ein freies Teilchen, das sich entlang einer Koordinate x bewegen kann.

b)[**1 P.**] Wie lautet die allgemeine Lösung der zeitabhängigen Schrödingergleichung?

c)[**2 P.**] Die Wellenfunktion zur Zeit $t = 0$ besitze die Form

$$\Psi(x, t = 0) = \frac{1}{2\pi} \int dk A e^{-(k-k_0)^2 \frac{D^2}{2}} e^{ikx} \tag{1}$$

Berechnen Sie das Integral. Wie muss A gewählt werden, dass die Normierung der Wellenfunktion

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx |\Psi(x, t)|^2 = 1 \tag{2}$$

gewährleistet ist.

Hinweis: Die Fourier-Transformierten einer Gauss-Funktion ist wiederum eine Gauss-Funktion.

d)[**2 P.**] Berechnen Sie die Wellenfunktion zur Zeit t. Wie bewegt sich das Maximum der Wellenfunktion? Was können Sie über die Breite der Wellenfunktion aussagen? Bleibt die Normierung bei der zeitlichen Entwicklung erhalten?

e)[**1 P.**] Diskutieren Sie das Auseinanderfliessen der Wellenfunktion für ein Teilchen mit der Masse $m = 0,1$ g, $D = 2$mm, sowie für ein α-Teilchen der Masse $6,6 \cdot 10^{-27}$kg mit $D = 10^{-11}$cm .

Aufgabe 2: Teilchen in Potentialtopf (mündlich)

Betrachten Sie ein Elektron in dem eindimensionalen Potentialtopf mit unendlich hohen Wänden (sieh Fig. 1) und beschränken Sie sich auf gerade Eigenfunktionen $\psi(x)$, d.h., $\psi(x) = \psi(-x)$.

a)[**1 P.**] Welche Randbedignungen sind an die Wellenfunktion $\psi(x)$ für $x = \pm(N + 1)a$ zu stellen?

b)[**1 P.**] Welche Bedignungen muss die Wellenfunktion bei $x = \pm a$ erfüllen?

c)[**2 P.**] Betrachten Sie jetzt den Fall $E < 0$. Wie lauten die Lösungen für $a < |x| < (N + 1)a$?

d)[**3 P.**] Zeigen Sie, dass die Energiewerte durch die folgende Relation

$$\tan ka \tanh(N\kappa a) = \frac{\kappa a}{ka}$$

mit

$$\kappa^2 = -\frac{2mE}{\hbar^2} \qquad k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(E - V)$$

bestimmt sind.

e)[**3 P.**] Betrachten Sie jetzt den Grenzfall $N \to \infty$ ($E < 0$). Diskutieren Sie graphisch die Lsungen der Gleichung

$$\tan ka = \frac{\kappa a}{ka}.$$

f)[**2 P.**] Betrachten Sie jetzt den Fall $E > 0$. Zeigen Sie, dass das Energiespektrum jetzt durch die Relation

$$\tan ka \tan(N\kappa a) = \frac{\kappa a}{ka}$$

gegeben ist, wobei nun

$$\kappa^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

h)[**1 P.**] Betrachten Sie dann den Grenzfall $E \gg |V| > 0$. Was erwarten Sie für das Energiespektrum?

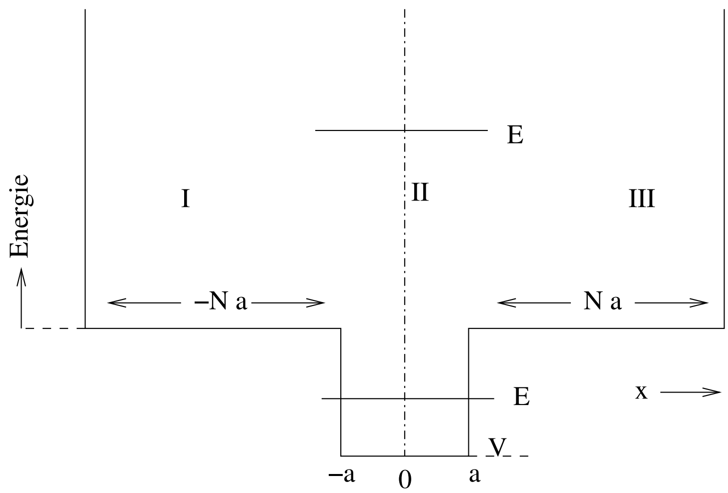

Figure 1: Potentialkasten mit Potentialtopf