Übungen zu Atom- und Quantenmechanik/Physik IV, SoSe 2007

Prof. Dr. R. Friedrich/Prof. Dr. H. Zacharias

Übungen im WWW: `http://pauli.uni-muenster.de/tp/`

Übungsblatt 4: (23 P.) **Abgabe: 26.04.07**

Aufgabe 1: Bohr-Sommerfeld'sche Quantisierung des harmonischen Oszillators (schriflich)

a) **[1 P.]** Wie lautet die Energie des eindimensionalen harmonischen Oszillators (Auslenkung aus der Ruhelage: q(t)) mit der Federkonstanten D und der Masse m.

b) **[1 P.]** Geben Sie die Lösung q(t) in Abhängigkeit der Anfangsbedingung an.

c) **[2 P.]** Der harmonische Oszillator besitze jetzt die Ladung e. Welche Frequenz besitzt die abgestrahlte Lichtwelle. Wie sieht das Nahfeld und das Fernfeld des schwingenden Dipols aus?

d) **[1 P.]** Benützen Sie das Bohr' sche Korrespondenzprinzip zur Bestimmung der Energie-Niveaus des harmonischen Oszillators. Berechnen Sie zu jedem Energie-Niveau die Amplitude der klassischen Bahn z.

e) **[1 P.]** Wie lautet die Hamilton-Funktion des harmonischen Oszillators?

f) **[2 P.]** Zeigen Sie: Man erhält die Energie-Niveaus des harmonischen Oszillators aus der Bohr-Sommerfeld'schen Quantisierungsbedingung

$$\oint p dq = h(n + \alpha). \tag{1}$$

Welche Bedeutung besitzt das Integral? Betrachten Sie dazu die Repräsentation der klassischen Bahnkurve im Phasenraum, der von p und q aufgespannt wird.

Aufgabe 2: Bohr-Sommerfeld'sche Quantisierung: Teilchen im Potentialtopf (schriflich)

Betrachten Sie ein Teilchen, das sich im Potential V(x) bewegt, wobei V(q) durch

$$\begin{aligned} V(q) &= \infty \qquad |q| > a, \\ V(q) &= 0 \qquad |q| < a. \end{aligned} \tag{2}$$

a) **[1 P.]** Welche Bewegung führt das Teilchen aus, wenn es die kinetische Energie E besitzt.

b) **[1 P.]** Welche Form besitzt die Repräsentation der Bewegung im Phasenraum, der von p und q aufgespannt wird?

c) **[1 P.]** Berechnen Sie aus der Bohr-Sommerfeld'schen Quantisierungsbedingung

$$\oint p dq = nh \tag{3}$$

die Energie-Niveaus.

d) **[2 P.]** Berechnen Sie die Energie-Niveau's nach der Bohr-Sommerfeld'schen Quantisierungsbedingung für das Potential

$$V(q) = A|q| \qquad A > 0 \tag{4}$$

Aufgabe 3: Spektrum des Wasserstoffatoms nach Bohr (mündlich)

a) **[1 P.]** Warum beobachtet man im Allgemeinen mehr Emissions- als Absorptionslinien?

b) **[1 P.]** Berechnen Sie für das Bohr'sche Atommodell den Radius der ersten Bahn und die Bindungsenergie für ein Atommodell der Ordnungszahl Z.

c) **[1 P.]** Helium hat die doppelte Kernladungszahl im Vergleich zu Wasserstoff. Diskutieren Sie mit dem Bohr'schen Atommodell, welche Spektrallinien des Heliums mit denen des Wasserstoffs zusammenfallen. Warum ist die Übereinstimmung nicht exakt?

d) **[1 P.]** Berechnen Sie Radius und Bindungsenergie für ein myonisches Atom, in dem das Elektron durch ein Myon ersetzt wurde. Hinweis: Die Masse eines Myons ist das 207-fache der Masse eines Elektrons, $m_\mu = 207 m_e$.

e) **[1 P.]** Geben Sie die minimale und maximale Wellenlänge der bei der Balmer-Serie beobachteten Übergänge an.

f) **[1 P.]** Zeigen Sie, dass im Bohr'schen Atommodell für grosse Werte der Hauptquantenzahl n die Umlauffrequenz des Elektrons der Energie des Photons entspricht, das bei einem Übergang von n nach n-1 emittiert wird. Diskutieren Sie die Bedeutung dieses Korrespondenz-Prinzipes.

g) **[2 P.]** Bestimmen Sie den elektrischen Kreisstrom und das magnetische Dipolmoment des Elektrons für die Bahn mit n=2,3.

Aufgabe 4: Balmer-Serie des He^+-Atoms (mündlich) [1 P.]

Vier Spektrallinien des He^+-Atoms besitzen die Wellenlängen 164.05 nm, 121.52 nm, 108.45 nm und 102.53 nm. Tragen Sie die Wellenzahlen als Funktion von n in ein Schaubild ein. Bestimmen Sie die Rydberg-Konstante des He^+-Atoms und vergleichen Sie diese mit der des Wasserstoff-Atoms.

Aufgabe 5: Ritz'sches Kombinationsprinzip (mündlich) [1 P.]

Nach dem Ritz'schen Kombinationsprinzip ist die Differenz bzw. die Summe zweier Wellenzahlen von Spektrallinien wieder eine Wellenzahl einer Spektrallinie. Machen Sie sich dieses Prinzip am Beispiel der Rydberg-Formel klar.