Übungen zur Statistische Physik I, SoSe 08

Prof. Dr. R. Friedrich

Übungen im WWW: `http://pauli.uni-muenster.de/tp/`

Übungsblatt 3: (23 P.) **Abgabe: 08.05.08**

Aufgabe 1: Informations-Entropie und statistische Unabhängigkeit [2P.] (mündlich)

Beweisen Sie: Die Informations-Entropie der Verbundwahrscheinlichkeit zweier statistisch unabhängiger Zufallsereignisse ist die Summe der Informations-Entropien der Einzelereignisse.

Aufgabe 2: Kanonische Zustandssume des Idealen Gases (schriftlich)

Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme $Z(\beta, V)$ für ein ideales Gas:

$$Z(\beta, V) = \int d\Gamma e^{-\beta H(\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_i)}$$

a) **[1P.]** Wie lautet die Hamiltonfunktion des idealen Gases?

b) **[1P.]** Führen Sie zuerst die Integration bezüglich der Orte $\mathbf{q}_i$ durch. Das ideale Gas befindet sich in einem Behälter mit dem Volumen V.

c) **[3P.]** Die restlichen Integrale zerfallen in Produkte von Gauss-Integralen. Bestimmen Sie jetzt die Zustandssume.

d) **[3P.]** Berechnen Sie die innere Energie aus der Relation

$$U(T, V) = -\frac{\partial \ln\ Z(\beta)}{\partial \beta}$$

Begründen Sie diese Relation. Hängt die innere Energie U eines idealen Gases vom Volumen ab? Welcher Versuch wurd dazu historisch durchgeführt?

e) **[1P.]** Bestimmen Sie die spezifische Wärme c_V des idealen Gases.

Aufgabe 3: Das Curie'sche Gesetz für Paramagneten (mündlich)

Betrachten sie eine Ansammlung von Spins s_i im Magnetfeld H. Die Spins können die Werte $s_i = \pm 1/2$ annehmen. Die Spins sollen untereinander nicht wechselwirken.

a) **[1P.]** Bestimmen Sie die Energie einer Spinkonfiguration $s_1, .., s_N$.

Hinweis: Die Energie eines Spins s im Magnetfeld ist

$$E = -2\mu_B s H$$

b) **[2P.]** Bestimmen sie die kanonische Verteilungsfunktion $p(s_1, ...s_N)$. Berechnen Sie dazu die Zustandssumme

$$Z(\beta, H) = \sum_{s_1, s_2, ...s_N} e^{-\beta\mu_B H \sum_{i=1}^{N} s_i} = \Pi_{i=1}^{N} \sum_{s_i} e^{-\mu_B H s_i}.$$

c) **[2P.]** Bestimmen Sie die innere Energie des Paramagneten. Hinweis: Die innere Energie $U(T, H)$ erhalten Sie aus der Relation

$$U(T, H) = -\frac{\partial ln\ Z(\beta, H)}{\partial \beta}$$

Beweisen Sie diese Relation.

d) **[2P.]** Berechnen Sie die mittlere Magnetisierung $< M >$ des Paramagneten als Funktion von β. Zeichnen Sie diese als Funktion des Magnetfeldes H für verschiedene Werte von β.

e) **[3P.]** Bestimmen Sie die magnetische Suszeptibilität pro Spin durch die Relation

$$< M >= N\chi H$$

Wie hängt diese von β ab? Beweisen Sie damit das Curie'sche Gesetz

$$\chi = \frac{\mu_B^2}{k_B T}$$

f) **[2P.]** Bestimmen Sie die spezifische Wärme pro Spin bei konstantem Magnetfeld aus der Relation

$$c_H = \frac{1}{N} \left(\frac{\partial U(T, H)}{\partial T} \right)_H$$

Stellen Sie c_H als Funktion von $x = \beta\mu_B H$ dar und diskutieren Sie diese.