---

**Übungsblatt 7: (16 P.)** **Abgabe: 13.12.07**

**Aufgabe 1:(schriftlich) [2 P.]**

Beweisen Sie explizit, dass der Drehimpulsoperator $\mathbf{J}^2$, $\mathbf{J} = \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2$ mit den Operatoren $\mathbf{J}_1^2$, $\mathbf{J}_2^2$, $J_z$ kommutiert.

**Aufgabe 2:(mündlich)**

Betrachten Sie die Kopplung von zwei Spin-1 Teilchen zum Gesamtspin.

a)[**2P.**] Wie lautet eine Basis des Produktraumes $H_1 \otimes H_1$?

b)[**1P.**] Bestimmen Sie den Eigenvektor $|2,1,1,2\rangle$ zu den Operatoren $\mathbf{J}^2$, $\mathbf{J}_1^2$, $\mathbf{J}_2^2$, $J_z$.

c)[**1P.**] Berechnen Sie nun den Eigenvektor $|2,1,1,1\rangle$ durch Anwendung des Leiteroperators $J_-$.

d)[**2P.**] Bestimmen Sie den Eigenvektor $|1,1,1,1\rangle$

**Hinweis:** Dieser Eigenvektor muss zu $|2,1,1,1\rangle$ orthogonal sein.

Bestimmen Sie jetzt die Eigenvektoren $|1,1,1,0\rangle$, $|1,1,1,-1\rangle$ durch sukzessive Anwendung des Operators $J_-$.

e)[**1P.**] Bestimmen Sie den Eigenvektor $|0,1,1,0\rangle$ aus der Bidingung, dass er zu allen anderen Eigenvektoren $|j,1,1,m\rangle$ orthogonal ist.

f)[**2P.**] Überzeugen Sie sich, dass damit eine vollständige Basis des Produkt-Hilbert-Raumes konstruiert wurde.

g)[**2P.**] Wie lauten damit die Clebsch-Gordan Koeffizienten $C(j,m;1,m_1;1,m_2)$, $j = 0,1,2$.

**Aufgabe 3:(schriflich) [3 P.]**

Bestimmen Sie Energieeingenwerte zum Hamiltonoperator

$$H = a\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 + \mu\mathbf{B} \cdot (\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2),$$

wobei $\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2$ Spins mit $S = 1$ sind.