

Übungsblatt 6: (10 P.)

Abgabe: 06.12.07

Aufgabe 1: (schriftlich)[3P.]

Berechnen Sie für den Operator der Spin-Bahn-Wechselwirkung

$$H_{SB} = \lambda(\mathbf{L} \cdot \mathbf{S})$$

die folgenden Kommutatoren:

- a) $[H_{SB}, \mathbf{L}]$,
- b) $[H_{SB}, \mathbf{S}]$,
- c) $[H_{SB}, \mathbf{L}^2]$,
- d) $[H_{SB}, \mathbf{S}^2]$,
- d) $[H_{SB}, \mathbf{J}^2]$, wobei $\mathbf{J} = \mathbf{S} + \mathbf{L}$ der Gesamtdrehimpuls ist.

Aufgabe 2: (mündlich)

\mathbf{S}_1 und \mathbf{S}_2 seien die Spinoperatoren zweier Spin $\frac{1}{2}$ -Teilchen, etwa der beiden Elektronen im He-Atom.

- a)[3P.] Finden Sie die gemeinsamen Eigenzustände $|S_1 S_2; S m_s\rangle$ des Gesamtspinoperators $\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$, seiner z -Komponente S_z sowie \mathbf{S}_1^2 und \mathbf{S}_2^2 .

Hinweis: Benutzen Sie die Dreieckungleichung $|S_1 - S_2| \leq S \leq S_1 + S_2$ sowie die Clebsch-Gordan-Koeffizienten.

- b)[2P.] Zeigen Sie, dass diese Zustände auch Eigenzustände des Operators $\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$ sind. Berechnen Sie die Eigenwerte.

- c)[2P.] Zeigen Sie, dass der Operator

$$P = \frac{3}{4} + \frac{1}{\hbar^2} \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$$

im Raum der Spinzustände ein Projektionsoperator ist. Auf welchen Unterraum projiziert P ?

Hinweis: Ein Projektionsoperator A ist ein hermitescher Operator, der die Eigenschaft $A^2 = A$ erfüllen muss.