Übungen zu Quantentheorie, WS 2010/2011

Prof. Dr. R. Friedrich

Übungen im WWW: http://pauli.uni-muenster.de/tp/

Übungsblatt 8: (14 P.) **Abgabe: 14.12.10 bzw. 16.12.10**

Aufgabe 1: (mündlich)

Die Wechselwirkung zwischen einem Neutron und einem Proton im Abstand r soll durch ein anziehendes Yukawa-Potential,

$$V(r) = -V_0 \frac{\exp(-r/a)}{r/a}, \quad (V_0 > 0),$$

beschrieben werden.

a) **[2P.]** Stellen Sie die zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung auf und separieren Sie diese nach Relativ- und Schwerpunktanteilen.

b) **[2P.]** Lösen Sie die Gleichung für die Schwerpunktbewegung und geben Sie die Winkelabhängigkeit der Eigenfunktionen der Relativbewegung an.

c) **[2P.]** Wählen und begründen Sie den Variationsansatz

$$\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{r}) = c \exp\left(-\boldsymbol{\alpha}\frac{r}{a}\right)$$

und berechnen Sie das Energiefunktional.

d) **[2P.]** Bei welchem Wert von $\boldsymbol{\alpha}$ wird dieses Energiefunktional minimal (Ritzsches Variationsverfahren)?

e) **[1P.]** Für $a = 1,4 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{cm}$, $V_0 = 50\,\mathrm{MeV}$, $q = 2\mu V_0 a^2/\hbar^2 = 2,46$, ($\mu$-reduzierte Masse) hat das optimale $\boldsymbol{\alpha}$ aus d) den Zahlenwert $0,85$. Schätzen Sie damit die Bindungsenergie des Deuterons ab.

f) **[1P.]** Definieren Sie möglichst sinnvoll einen mittleren Radius des Deuterons und berechnen Sie diesen mit den Zahlenwerten aus e).

Aufgabe 2: (schriftlich)

Ein Teilchen der Masse m führe eine eindimensionale Bewegung in dem Potential

$$V(x) = \begin{cases} \gamma x, & \text{für } x \geq 0, \\ +\infty, & \text{für } x < 0. \end{cases}$$

a) **[2P.]** Berechnen Sie mit dem Variationsansatz

$$\boldsymbol{\varphi}(x) = \begin{cases} x e^{-\alpha x}, & \text{für } x \geq 0, \\ 0, & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

das Energiefunktional $\langle H \rangle_{\varphi}$. Begründen Sie den Ansatz.

Hinweis:

$$\int_0^\infty dy\, y^n e^{-\beta y} = \frac{n!}{\beta^{n+1}}.$$

b) **[2P.]** Finden Sie mit dem Ritzschen Variationsverfahren eine obere Schranke für die Grundzustandsenergie.