

Übungsblatt 6: (16 P.)

Abgabe: 30.10.10 bzw. 02.11.10

Aufgabe 1: (schriftlich) [2 P.]

Beweisen Sie explizit, dass der Drehimpulsoperator \mathbf{J}^2 , $\mathbf{J} = \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2$ mit den Operatoren \mathbf{J}_1^2 , \mathbf{J}_2^2 , J_z kommutiert.

Aufgabe 2: (mündlich)

Betrachten Sie die Kopplung von zwei Spin-1 Teilchen zum Gesamtspin.

- [2P.] Wie lautet eine Basis des Produktraumes $H_1 \otimes H_1$?
- [1P.] Bestimmen Sie den Eigenvektor $|(1, 1), 2, 2\rangle$ zu den Operatoren \mathbf{J}^2 , \mathbf{J}_1^2 , \mathbf{J}_2^2 , J_z .
- [1P.] Berechnen Sie nun den Eigenvektor $|(1, 1), 2, 1\rangle$ durch Anwendung des Leiteroperators J_- .
- [2P.] Bestimmen Sie den Eigenvektor $|(1, 1), 1, 1\rangle$

Hinweis: Dieser Eigenvektor muss zu $|(1, 1), 2, 1\rangle$ orthogonal sein.

Bestimmen Sie jetzt die Eigenvektoren $|(1, 1), 1, 0\rangle$, $|(1, 1), 1, -1\rangle$ durch sukzessive Anwendung des Operators J_- .

- [1P.] Bestimmen Sie den Eigenvektor $|(1, 1), 0, 0\rangle$ aus der Bedingung, dass er zu allen anderen Eigenvektoren $|(1, 1), j, m\rangle$ orthogonal ist.
- [2P.] Überzeugen Sie sich, dass damit eine vollständige Basis des Produkt-Hilbert-Raumes konstruiert wurde.
- [2P.] Wie lauten damit die Clebsch-Gordan Koeffizienten $C(1 m_1; 1 m_2 | j m)$, $j = 0, 1, 2$.

Aufgabe 3: (schriftlich) [3 P.]

Bestimmen Sie Energieeigenwerte zum Hamiltonoperator

$$H = a\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 + \mu\mathbf{B} \cdot (\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2),$$

wobei $\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2$ Spins mit $S = 1$ sind.