`Übungen zu Quantentheorie, WS 2010/2011`

Prof. Dr. R. Friedrich

Übungen im WWW: `http://pauli.uni-muenster.de/tp/`

Übungsblatt 5: (10 P.) **Abgabe: 23.11.10 bzw. 25.11.10**

Aufgabe 1: (schriftlich) [3 P.]

Berechnen Sie für den Operator der Spin-Bahn-Wechselwirkung

$$H_{SB} = \lambda(\mathbf{L} \cdot \mathbf{S})$$

die folgenden Kommutatoren:

a) $[H_{SB}, \mathbf{L}]$,

b) $[H_{SB}, \mathbf{S}]$,

c) $[H_{SB}, \mathbf{L}^2]$,

d) $[H_{SB}, \mathbf{S}^2]$,

d) $[H_{SB}, \mathbf{J}^2]$, wobei $\mathbf{J} = \mathbf{S} + \mathbf{L}$ der Gesamtdrehimpuls ist.

Aufgabe 2: (mündlich)

$\mathbf{S}_1$ und $\mathbf{S}_2$ seien die Spinoroperatoren zweier Spin $\frac{1}{2}$-Teilchen, etwa der beiden Elektronen im He-Atom.

a) **[3P.]** Finden Sie die gemeinsamen Eigenzustände $|S_1 S_2; S m_s\rangle$ des Gesamtspinoperators $\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$, seiner z-Komponente S_z sowie $\mathbf{S}_1^2$ und $\mathbf{S}_2^2$.

Hinweis: Benutzen Sie die Dreieckungleichung $|S_1 - S_2| \leq S \leq S_1 + S_2$ sowie die Clebsch-Gordan-Koeffizienten.

b) **[2P.]** Zeigen Sie, dass diese Zustände auch Eigenzustände des Operators $\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$ sind. Berechnen Sie die Eigenwerte.

c) **[2P.]** Zeigen Sie, dass der Operator

$$P = \frac{3}{4} + \frac{1}{\hbar^2} \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$$

im Raum der Spinzustände ein Projektionsoperator ist. Auf welchen Unterraum projeziert P?

Hinweis: Ein Projektionsoperator A ist ein hermitescher Operator, der die Eigenschaft $A^2 = A$ erfüllen muss.