Übungen zu Atom- und Quantenphysik/Physik IV, SoSe 2010

Prof. Dr. R. Friedrich, Prof. Dr. G. F. Hanne

Übungen im WWW: `http://pauli.uni-muenster.de/tp/`

Übungsblatt 5: (15 P.) **Abgabe: 18.05.10**

Aufgabe 1: Einfache Spektren von Einelektronen-Atomen

a) **[2P.] (schriftlich)**
Im Spektrum des Wasserstoffatoms tritt eine Linie mit der Wellenlänge $\lambda = 1875$ nm auf. Welche Hauptquantenzahlen haben Anfangs- und Endzustand bei dem entsprechenden Übergang? (Hinweis: Sie müssen, wie früher die Spektroskopiker, am Ende schlicht probieren). Welche Linien mit welchen Wellenlänge werden noch auftreten, wenn der Endzustand weiter zerfällt?

b) **[2P.] (schriftlich)**
Man bestimme eine Linie im He+-Spektrum, welche dieselbe Wellenlänge wie eine Linie des Wasserstoffspektrums hat. Wie groß ist ihre Wellenlänge?

c) **[2P.] (mündlich)**
Wie groß ist die Bindungsenergie eines Myons (207-mal schwerer als ein Elektron), das von einem Ti-Kern eingefangen wird? Vergleichen Sie den Radius der 1. Bohr'schen Bahn dieses Systems mit dem effektiven Radius von Ti-Kernen.
Hinweis: Der effektive Radius eines Kerns der Massenzahl A ist durch $r_K = 1,2 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{A}^{1/3}\,\mathrm{m}$ gegeben. Nehmen Sie das hauptsächlich vorkommende Isotop.

Aufgabe 2: (mündlich)

Betrachten Sie ein Teilchen der Masse m in dem eindimensionalen Potential ($D > 0$)

$$V(x) = \begin{cases} -\frac{\hbar^2}{m} D\delta(x), & |x| \le a, \\ +\infty, & |x| > a. \end{cases}$$

a) **[3 P.]** Leiten Sie die Lösbarkeitsbedignungen für die Energieeigenwerte E_{n-1}, $n \in \mathrm{N}$ ab für den Fall von geraden und ungeraden Funktionen $\psi(x)$.

b) **[2 P.]** Diskutieren Sie graphisch die Eigenschaften des erhaltenen Spektrums je nach der Größe von Da.

c) **[1 P.]** Untersuchen Sie speziell die Grenzfälle $Da \to 0+$ und $Da \to +\infty$.

Aufgabe 3: (schriftlich)

Sei $\mathcal{H}$ ein Hilbertraum und $|\alpha\rangle$, $|\beta\rangle$ beliebige Zustände aus $\mathcal{H}$.

a) **[1 P.]** Beweisen Sie die Parallelogrammgleichung:

$$\|\alpha + \beta\|^2 + \|\alpha - \beta\|^2 = 2\|\alpha\|^2 + 2\|\beta\|^2 \,.$$

b) **[2 P.]** Verifizieren Sie mit Hilfe der Schwarz'schen Ungleichung

$$|\langle\alpha|\beta\rangle| \le \|\alpha\|\|\beta\|$$

die Dreiecksungleichung:

$$|\, \|\alpha\| - \|\beta\| \,| \le \|\alpha + \beta\| \le \|\alpha\| + \|\beta\| \,.$$