

**Übungsblatt 4: (14 P.)**

**Abgabe: 11.05.10**

**Aufgabe 1: (schriftlich)**

Ein Teilchen der Masse  $m$  befindet sich in einem eindimensionalen Potential, das an der Stelle  $x = x_0$  längs einer kleinen Strecke sehr stark anziehend ( $D > 0$ ) (bzw. abstoßend ( $D < 0$ )) ist,

$$V(x) = -\frac{\hbar^2}{m}D\delta(x - x_0) + V_1(x).$$

Hierbei stellt  $V_1(x)$  ein in der Umgebung der Stelle  $x = x_0$  stetiges Potential dar. Nehmen Sie an, dass die Energieeigenfunktionen  $\psi(x)$  in der Umgebung von  $x = x_0$  stetig sind, d.h.

$$\psi(x_{0-}) = \psi(x_{0+}) \equiv \psi(x_0).$$

- a) [1P.] Integrieren Sie die zeitunabhängige Schrödingergleichung über ein Intervall  $x_0 - \varepsilon < x < x_0 + \varepsilon$ .

**Hinweis:** Benützen Sie die Eigenschaft

$$\int_a^b f(x)\delta(x - x_0)dx = f(x_0), \quad \text{falls } a < x_0 < b.$$

- b) [1P.] Zeigen Sie, dass die erste Ableitung der Energieeigenfunktion  $\psi(x)$  an der Stelle  $x = x_0$  einen durch

$$\psi'(x_{0-}) = \psi'(x_{0+}) + 2D\psi(x_0)$$

gegebenen Sprung besitzt.

**Hinweis:** Führen Sie den Grenzübergang  $\varepsilon \rightarrow 0+$  durch.

- c) [1P.] Formulieren Sie die Anschlussbedingungen für die Energieeigenfunktionen  $\psi(x)$  an der Stelle  $x = x_0$ .

**Aufgabe 2: (mündlich)**

Betrachten Sie ein Teilchen der Masse  $m$  in dem eindimensionalen anziehenden  $\delta$ -förmigen Potential

$$V(x) = -\frac{\hbar^2}{m}D\delta(x), \quad D > 0.$$

- a) [1P.] Lösen Sie die zeitunabhängige Schrödingergleichung für den Fall  $E < 0$ .
- b) [2P.] Zeigen Sie, dass in diesem Fall es nur einen gebundenen Zustand gibt.
- c) [1P.] Finden Sie die Energie  $E$  dieses gebundenen Zustandes und die zugehörige auf eins normierte Eigenfunktion  $\psi_E(x)$ .

**Hinweis:** Lösen Sie die Schrödingergleichung für die Bereiche  $x < 0$  bzw.  $x > 0$  und verwenden Sie in Aufgabe 1 c) abgeleiteten Anschlussbedingungen.

**Aufgabe 3: [3P.] Photoeffekt klassisch und als Quanteneffekt (mündlich)**

- a) Die Austrittsarbeit in einem Metall betrage mindestens 3,55 eV. Welche Grenzwellenlänge ist nach Einstein erforderlich, um Elektronen durch den lichtelektrischen Effekt aus diesem Metall auszulösen?
- b) Die Metalloberfläche werde mit der Intensität  $I = 2 \cdot 10^{-13} \text{ W/cm}^2$  dieser Wellenlänge bestrahlt. Wie viele Photonen pro Sekunde pro  $\text{cm}^2$  sind das?
- c) Gemäß der klassischen Elektrodynamik absorbiert ein Oszillator aus einer elektromagnetischen Welle der Wellenlänge  $\lambda$  die Energie, die auf ein Flächenelement  $\sigma \approx \lambda^2$  fällt. Wie lange müsste man deswegen die "Oszillatoren" des Metalls mit Licht dieser Grenzwellenlänge und der Intensität  $I = 2 \cdot 10^{-13} \text{ W/cm}^2$  bestrahlen, damit ein Photoelektron emittiert wird?

**Aufgabe 4: [4P.] Quantenphänomene an Atomstrahlen (schriftlich)**

Ein Silberatomstrahl, der aus einem 1500 K heißen Ofen kommt, legt zwischen der letzten Blende, die eine kreisförmige Öffnung besitzt, und der Photoplatte eine Strecke von 1 m zurück. Wie groß muss die Blendenöffnung sein, damit das Abbild des Atomstrahls so klein wie möglich wird? Masse der Silberatome  $1,8 \cdot 10^{-22} \text{ g}$ . (Annahme: Alle Atome haben dieselbe thermische Geschwindigkeit. Hinweis: hinter der Öffnung "weitet" sich der Atomstrahl auf. Warum?)