
Übungsblatt 12: (14 P.) **Abgabe: 13.07.10**

Aufgabe 1: (schriftlich)

Betrachten Sie das Wasserstoffatom ohne Berücksichtigung des Spins und ohne relativistische Korrekturen. Berechnen Sie für den Grundzustand

a) **[3P.]** den wahrscheinlichsten Wert für den Abstand des Elektrons vom Kern;

Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Antreffwahrscheinlichkeit

$$W_{10}(r)\,dr := r^2 dr \int_{[4\pi]} d\Omega |u_{100}(\vec{r})|^2$$

für die Kugelscale mit dem inneren Radius r und dem äußeren Radius $r + dr$. Verwenden Sie dabei die Grundzustandseigenfunktionen

$$u_{100}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_H^3}} \exp\left[-\frac{r}{a_H}\right], \qquad a_H := \frac{\hbar}{m_e^2}\left(1 + \frac{m_e}{m_p}\right).$$

b) **[1P.]** den Erwartungswert und die Unbestimmtheit dieses Abstandes;

Hinweis: Benutzen Sie die Formel

$$\int_0^{+\infty} d\rho\, \rho^\nu\, e^{-\beta\rho} = \frac{\nu!}{\beta^{\nu+1}}, \qquad \nu \in \mathbb{N}_0, \quad \beta \in \mathbb{R}^+.$$

c) **[1 P.]** die Wahrscheinlichkeit dafür, das Elektron in einem Abstand $r > a_H$ anzutreffen;

Hinweis: Verwenden Sie die Formel

$$\int d\rho\, \rho^2\, e^{-\beta\rho} = -\left[\frac{\rho^2}{\beta} + \frac{2\rho}{\beta^2} + \frac{2}{\beta^3}\right] e^{-\beta\rho} + C.$$

d) **[3 P.]** den wahrscheinlichsten Wert für den Impulsbetrag;

Hinweis: Analog zu a) berechnen Sie zunächst

$$W_{10}(p)\,dp = p^2\,dp \int_{[4\pi]} d\Omega_p |\widetilde{u}_{100}(\vec{p})|^2$$

mit

$$\widetilde{u}_{100}(\vec{p}) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \int_{\mathbb{R}^3} d^3r\, e^{-(i/\hbar)\vec{p}\,\vec{r}}\, u_{100}(\vec{r}).$$

Verwenden Sie auch die Formel

$$\int_0^{+\infty} d\xi \xi \sin(\alpha\xi)\, e^{-\beta\xi} = \frac{2\alpha\beta}{(\alpha^2 + \beta^2)^2}, \qquad \alpha \in \mathbb{R}, \quad \beta \in \mathbb{R}^+.$$

Aufgabe 2: Stoßverbreiterung (schriftlich) [3 P.]

Zeigen Sie, dass eine emittierte Spektrallinie bei reiner Stoßdämpfung Lorentz-Form hat. Nehmen Sie dabei als Modell an, dass das Atom zunächst "semiklassisch" ungestört strahlt und durch Stöße mit anderen Teichen (Atom, Ion, Wand, ...) den Strahlungsvorgang abrupt abbricht. Die Stöße erfolgen statistisch, d. h. die Wahrscheinlichkeit $P(\tau)\, d\tau$ dafür, einen einzigen Stoß im Zeitintervall $[\tau,\, \tau + d\tau]$ zu finden, ist durch die Verteilung

$$P(\tau) = \gamma\, e^{-\gamma\, \tau}$$

gegeben. Hierbei ist γ die Stoßrate, bzw. $1/\gamma$ die mittlere Stoßzeit.

Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Fourier-Transformierte $F(\omega)$ eines nach der Zeit τ abgehackten Wellenzuges und wichten Sie die daraus berechnete Frequenzverteilung $|F(\omega)|^2$ mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(\tau)$.

Aufgabe 3: Zeeman-Effekt und g-Faktor (schriftlich)

a) **[1P.]** Geben Sie die g-Faktoren der Terme der Multipletts ^2P und ^4P an (Landé-Faktoren, LS-Kopplung).7

b) **[1P.]** Warum zeigt der Term $^4D_{1/2}$ keine Zeeman-Aufspaltung?

c) **[1P.]** Können Sie ein Beispiel finden, bei dem der g-Faktor negativ wird?