

Übungsblatt 10: (10 P.)

Abgabe: 29.06.10

Aufgabe 1: (mündlich) [1 P.]

Verifizieren Sie, dass für die Energieeigenzustände des linearen harmonischen Oszillators

$$\langle T \rangle = \langle V \rangle$$

gilt, wobei T und V Operatoren der kinetischen und der potentiellen Energie sind.

Hinweis: Berechnen Sie zuerst die Ausdrücke für $\langle X^2 \rangle$ und $\langle P^2 \rangle$.

Aufgabe 2: (schriftlich) [2 P.]

Betrachten Sie den Quantenzahloperator $N = b^\dagger b$, wobei b und b^\dagger der Erzeugungs- und der Vernichtungsoperatoren sind. Verifizieren Sie die folgenden Kommutatorrelationen:

1) $[b^m, b^\dagger] = m b^{m-1}$,

2) $[b, b^{\dagger m}] = m (b^\dagger)^{m-1}$,

3) $[N, b^m] = -m b^m$,

4) $[N, b^{\dagger m}] = m b^{\dagger m}$.

Hinweis: Bei 1) und 2) benutzen Sie die Methode der vollständigen Induktion.

Aufgabe 3: (mündlich) [2 P.]

Beweisen Sie explizit die Orthonormalität $\langle n | m \rangle = \delta_{n,m}$ der Eigenzustände

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (b^\dagger)^n |0\rangle$$

des Quantenzahloperators N .

Hinweis: Betrachten Sie o. B. d. A. den Fall $n > m$ und benutzen Sie die Formel $b |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle$.

Aufgabe 4: Drehimpulskonfigurationen in Zweielektronensystemen

Beschreiben Sie ein Zweielektronensystem mit einem $2p$ - und einem $3d$ -Elektron in LS - und jj -Kopplung.

- (mündlich) [1P.]** Welche Gesamtbahndrehimpulse und Spindrehimpulse ergeben sich für diese Elektronen in LS -Kopplung?
- (mündlich) [1P.]** Welcher Zustand ist in LS -Kopplung nach den Hund'schen Regeln am stärksten gebunden?
- (schriftlich) [3P.]** Zeigen Sie, dass die möglichen Werte für den Gesamtdrehimpuls und die Zahl der insgesamt möglichen Zustände (beachten Sie die Vielzahl der magnetischen Unterzustände!) in beiden Fällen (LS -Kopplung und jj -Kopplung) gleich ist.