Prof. Dr. R. Friedrich, Prof. Dr. G. F. Hanne

Übungen im WWW: `http://pauli.uni-muenster.de/tp/`

Testklausur

Aufgabe 1:

Betrachten Sie die eindimensionale Bewegung eines Teilchens der Masse m in einem Doppel-δ-Potential:

$$V(q) = -V_0\delta(q+q_0) - V_0\delta(q-q_0); \qquad V_0 > 0.$$

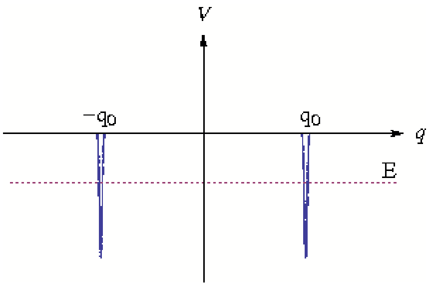

Abbildung 1:

a) Integrieren Sie die zeitunabhängige Schrödingergleichung über ein Intervall $\mp q_0 - \varepsilon < q < \mp q_0 + \varepsilon$ und zeigen Sie, dass die erste Ableitung der Energieeigenfunktion $\psi(q)$ an der Stelle $q = \mp q_0$ einen endlichen Sprung besitzt.
Hinweis: Nehmen Sie an, dass die Wellenfunktion in der Umgebung von $q = \mp q_0$ stetig ist. Benutzen Sie auch die Eigenschaft

$$\int_a^b f(q)\delta(q-q_0)dq = f(q_0), \quad \text{falls} \quad q_0 \in (a,b).$$

Lsg:
zeitunabhängige SG:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi(q) - V_0\delta(q-q_0)\psi(q) - V_0\delta(q-q_0)\psi(q) = E\psi(q).$$

Integration über das Intervall $(-q_0-\varepsilon,\, -q_0+\varepsilon)$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\int_{-q_0-\varepsilon}^{-q_0+\varepsilon}\psi''(q)dq - V_0\int_{-q_0-\varepsilon}^{-q_0+\varepsilon}\delta(q+q_0)\psi(q)dq - V_0\int_{-q_0-\varepsilon}^{-q_0+\varepsilon}\delta(q-q_0)\psi(q)dq = \int_{-q_0-\varepsilon}^{-q_0+\varepsilon}E\psi(q)dq \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\hbar^2}{2m}\left[\psi'(-q_0+\varepsilon) - \psi'(-q_0-\varepsilon)\right] - V_0\psi(-q_0) = \underbrace{\int_{-q_0-\varepsilon}^{-q_0+\varepsilon}E\psi(q)dq}_{=0,\ \textbf{weil}\psi(q)\ \textbf{stetig im}q=-q_0\ \textbf{ist.}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \psi'(-q_0+\varepsilon) - \psi'(-q_0-\varepsilon) = -\frac{2mV_0}{\hbar^2}\psi(-q_0).$$

Integration über das Intervall $(-q_0-\varepsilon,\, -q_0+\varepsilon)$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\int_{q_0-\varepsilon}^{q_0+\varepsilon}\psi''(q)dq - V_0\int_{q_0-\varepsilon}^{q_0+\varepsilon}\delta(q+q_0)\psi(q)dq - V_0\int_{q_0-\varepsilon}^{q_0+\varepsilon}\delta(q-q_0)\psi(q)dq = \int_{q_0-\varepsilon}^{q_0+\varepsilon}E\psi(q)dq \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \psi'(q_0+\varepsilon) - \psi'(q_0-\varepsilon) = -\frac{2mV_0}{\hbar^2}\psi(q_0).$$

Also, nach Voraussetzung, dass V_0 und $\psi(\pm q_0)$ endlich sind, macht die Ableitung bei $\pm q_0$ einen endlichen Sprung.

XXX

b) Lösen sie die zeitunabhängige Schrödingergleichung für die gesamte q-Achse.
Hinweis: Formulieren Sie zunächst passende Lösungsansätze der Wellenfunktion $\psi(q)$ für die Bereiche $-\infty < q < -q_0$, $-q_0 < q < q_0$ sowie $q_0 < q < +\infty$. Betrachten Sie unbedingt den Fall von geraden und ungeraden Funktionen $\psi(q)$. Nutzen Sie auch die Normierungsbedingung aus.

Lsg:

$$\left[\frac{d^2}{dq^2} - k^2\right]\psi(q) = 0 \quad \textbf{mit} \quad k = \sqrt{-\frac{2mE}{\hbar^2}} > 0 \quad (E < 0).$$

Allgemeiner Ansatz:
$q < -q_0$:

$$\psi(q) = a_1 e^{kq} + b_1 e^{-kq} = \left|b_1 = 0,\ \textbf{da}\, \psi(q) \to 0\, \textbf{für}\, q \to -\infty\right| = a_1 e^{kq}.$$

$q \in (-q_0, q_0)$:

$$\psi(q) = a_2 e^{kq} + b_2 e^{-kq}.$$

$q > q_0$:

$$\psi(q) = a_3 e^{kq} + b_3 e^{-kq} = \left|a_3 = 0,\ \textbf{da}\, \psi(q) \to 0\, \textbf{für}\, q \to +\infty\right| = b_3 e^{-kq}.$$

Fall (a): gerade Eigenfunktionen, $\psi(-q) = \psi(q)$:

$$\psi(-q_0) = \psi(q_0) \Leftrightarrow a_1 e^{-kq_0} = b_3 e^{-kq_0} \Leftrightarrow a_1 = b_3.$$

Stetigkeit der Funktion ψ:
Bei $q = -q_0$:

$$a_1 e^{-kq_0} = a_2 e^{-kq_0} + b_2 e^{kq_0}$$

Bei $q = q_0$:

$$a_1 e^{-kq_0} = a_2 e^{kq_0} + b_2 e^{-kq_0}$$

Also:

$$a_2 e^{-kq_0} + b_2 e^{kq_0} = a_2 e^{kq_0} + b_2 e^{-kq_0} \Leftrightarrow a_2(e^{-kq_0} - e^{kq_0}) = b_2(e^{-kq_0} - e^{kq_0}) \Leftrightarrow a_2 = b_2.$$

$$a_1 e^{-kq_0} = a_2 e^{kq_0} + b_2 e^{-kq_0} \Longrightarrow a_2 = b_2 = a_1 \frac{e^{-kq_0}}{e^{kq_0} + e^{-kq_0}}.$$

Fall (b): ungerade Eigenfunktionen: $\psi(-q) = -\psi(q)$:

$$\psi(-q_0) = \psi(q_0) \Leftrightarrow a_1 e^{-kq_0} = -b_3 e^{-kq_0} \Leftrightarrow a_1 = -b_3.$$

Stetigkeit der Funktion ψ:
Bei $q = -q_0$:

$$a_1 e^{-kq_0} = a_2 e^{-kq_0} + b_2 e^{kq_0}$$

Bei $q = q_0$:

$$-a_1 e^{-kq_0} = a_2 e^{kq_0} + b_2 e^{-kq_0}$$

Also:

$$a_2 e^{-kq_0} + b_2 e^{kq_0} = -a_2 e^{kq_0} - b_2 e^{-kq_0} \Leftrightarrow a_2(e^{-kq_0} + e^{kq_0}) = -b_2(e^{-kq_0} + e^{kq_0}) \Leftrightarrow a_2 = -b_2.$$

$$-a_1 e^{-kq_0} = a_2 e^{kq_0} + b_2 e^{-kq_0} \Longrightarrow a_2 = -b_2 = -a_1 \frac{e^{-kq_0}}{e^{kq_0} - e^{-kq_0}}.$$

Sei $\psi(q) = \psi_+(q)$-gerade Wellenfunktionen und $\psi(q) = \psi_-(q)$-ungerade Wellenfunktionen. Dann lässt sich die Lösung der SG in folgender Form schreiben:

$$\psi_\pm(q) = \begin{cases} a_1 e^{kq} & q < -q_0, \\ \pm a_1 \frac{e^{-kq_0}}{e^{kq_0} \pm e^{-kq_0}}[e^{kq} \pm e^{-kq}] & q \in (-q_0, q_0), \\ \pm a_1 e^{-kq} & q > q_0. \end{cases}$$

Normierung:

$$1=\int_{-\infty}^{\infty}dq|\psi(q)|^2=\int_{-\infty}^{-q_0}+\int_{-q_0}^{q_0}+\int_{q_0}^{+\infty}=|a_1|^2\frac{1}{2k}e^{-2kq_0}+$$

$$+|a_1|^2\frac{e^{-2kq_0}}{(e^{kq_0}\pm e^{-kq_0})^2}\left[\frac{1}{k}(e^{2kq_0}-e^{-2kq_0})\pm 4q_0\right]+|a_1|^2\frac{1}{2k}e^{-2kq_0}=$$

$$=\frac{2|a_1|^2}{k(e^{kq_0}\pm e^{-kq_0})^2}\Big(1\pm e^{-2kq_0}(1\pm 2kq_0)\Big)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\ a_1=\sqrt{\frac{k}{2}}\frac{\Big(e^{kq_0}\pm e^{-kq_0}\Big)}{\sqrt{1\pm(1+2kq_0)e^{-2kq_0}}}$$

oder

$$a_1=c_\pm(e^{kq_0}\pm e^{-kq_0})$$

, wobei

$$c_\pm=\sqrt{\frac{k}{2}}\Big(1\pm(1+2kq_0)e^{-2kq_0}\Big)^{-1/2}.$$

Damit läßt sich die Wellenfunktion für die gesamte q-Achse in die folgende Form bringen:

$$\psi_\pm(q)=c_\pm\Big(e^{-k|q+q_0|}\pm e^{-k|q-q_0|}\Big)$$

XXX

c) Berechnen Sie die Eigenenergien der gebundenen Zustände ($E<0$).
<u>**Hinweis:**</u> Nutzen Sie die Unstettigkeitssprünge der ersten Ableitung bei $q=\mp q_0$ aus.

Lsg:
Benutzen wir die Unstetigkeitssprünge der ersten Ableitung bei $q=\pm q_0$.

$$\psi'(q)=c_\pm k\begin{cases}e^{k(q+q_0)\pm e^{k(q-q_0)}} & q<-q_0,\\ -e^{-k(q+q_0)\pm e^{k(q-q_0)}} & q\in(-q_0,\,q_0),\\ -e^{-k(q+q_0)\mp e^{-k(q-q_0)}} & q>q_0.\end{cases}$$

Sprungbedignung bei $q=-q_0$:

$$\psi'(q_0+)-\psi'(q_0-)=-\tfrac{2mV}{\hbar^2}\psi(-q_0)\ \Leftrightarrow\ c_\pm k\Big[-1\pm e^{-2kq_0}-1\mp e^{-2kq_0}\Big]=-\tfrac{2mV_0}{\hbar^2}c_\pm(1\pm e^{-2kq_0})\ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k=\tfrac{mV_0}{\hbar^2}\big(1\pm e^{-2kq_0}\big).$$

Für $q=q_0$ ergibt sich exakt dieselbe Beziehung.
Also haben wir:

$$k=\frac{mV_0}{\hbar^2}\big(1\pm e^{-2kq_0}\big)=\sqrt{\frac{-2m}{\hbar^2}E}\Leftrightarrow E_\pm=-\frac{mV_0^2}{2\hbar^2}\big(1\pm e^{-2kq_0}\big)^2,\quad k\geq 0$$

XXX

Aufgabe 2:

a) Wie lautet die Hamiltonfunktion $H(p,q)$ des harmonischen Oszillators? Wie lautet der Energiesatz? Welche Bahnkurven gibt es im Phasenraum?

Lsg:
Hamiltonfunktion:

$$H(p,q) = \frac{p^2}{2m} + \frac{D}{2}q^2 = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}q^2 \quad \textbf{mit} \quad \omega = \sqrt{D/m}.$$

Energiesatz (E-die Gesamtenergie):

$$E = T + V = \frac{m\dot{q}^2}{2} + \frac{m\omega^2}{2}q^2 = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}q^2 = H(p,q).$$

Bahnkurven: Aus dem Energiesatz folgt:

$$\frac{p^2}{2mE} + \frac{m\omega^2}{2E}q^2 = 1,$$

was der Normallform einer Ellipse mit den Halbachsen $\sqrt{2mE}$ und $\sqrt{2E/(m\omega^2)}$ entspricht.

XXX

b) Wie lautet der Hamiltonoperator des eindimensionalen harmonischen Oszillators? Führen Sie die neue Variable ξ so ein, dass der Hamiltonoperator die Form

$$H = \frac{\hbar\omega}{2}\left(-\frac{d^2}{d\xi^2} + \xi^2\right)$$

einnimmt.

Lsg:
Hamiltonoperator:

$$H = H(p,q) = \frac{p^2}{2m} + \frac{D}{2}q^2 = \left| p \to \frac{\hbar}{i}\nabla, q \to x \right| = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + \frac{m\omega^2}{2}x^2$$

Wir definieren eine neue, dimensionslose Variable ξ durch

$$x = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}\xi.$$

Dann bekommt man

$$\frac{d^2}{d\xi^2} = \frac{m\omega}{\hbar}\frac{d^2}{dx^2}, \quad x^2 = \frac{\hbar}{m\omega}\xi^2, \quad \Rightarrow H = \frac{\hbar\omega}{2}\left[-\frac{d^2}{d\xi^2} + \xi^2\right].$$

XXX

c) Zeigen Sie, dass der Energieerwartungswert

$$E = \langle\psi(\xi)|H|\psi(\xi)\rangle \geq 0$$

ist.

Lsg:
Die Gesamtenergie $E = T + V$, wobei T-kinetische und V-potentielle Energie ist.

$$E = \langle\psi|H|\rangle = \langle\psi|T|\rangle + \langle\psi|V|\rangle;$$

Kinetische Energie:

$$\langle T\rangle = -\frac{\hbar\omega}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}\psi^\dagger\frac{d^2}{d\xi^2}\psi = -\frac{\hbar\omega}{2}\left[\psi^\dagger\frac{d\psi}{d\xi}\bigg|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty}d\xi\left|\frac{d\psi}{d\xi}\right|^2\right] = \frac{\hbar\omega}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}d\xi\left|\frac{d\psi}{d\xi}\right|^2 \geq 0;$$

Potentielle Energie:

$$\frac{\hbar\omega}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}\psi^\dagger\xi^2\psi d\xi = \frac{\hbar\omega}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}|\psi|^2\xi^2 d\xi \geq 0$$

Insgesamt ist $E = \langle T \rangle + \langle V \rangle \geq 0$

XXX

d) Der Vernichtungsoperator ist durch

$$b = \frac{1}{\sqrt{2}}(\frac{\partial}{\partial \xi} + \xi)$$

definiert. Wie lautet der dazu gehörige adjugierte Operator $b^\dagger$? Berechnen Sie explizit den Kommutator

$$[b,\, b^\dagger] = bb^\dagger - b^\dagger b.$$

Lsg:

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\frac{d}{d\xi} + \xi) \\ b^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{2}}(-\frac{d}{d\xi} + \xi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [b, b^\dagger] &= bb^\dagger - b^\dagger b \\ b^\dagger b &= \frac{1}{2}\left(-\frac{d^2}{d\xi^2} + \frac{d}{d\xi}\xi - \xi\frac{d}{d\xi} + \xi^2\right) = \frac{1}{2}\left(-\frac{d^2}{d\xi^2} + 1 + \xi^2\right), \quad \textbf{da} \quad \frac{d}{d\xi}\xi = 1 + \xi\frac{d}{d\xi}; \\ bb^\dagger &= \frac{1}{2}\left(-\frac{d^2}{d\xi^2} - \frac{d}{d\xi}\xi + \xi\frac{d}{d\xi} + \xi^2\right) = \frac{1}{2}\left(-\frac{d^2}{d\xi^2} - 1 + \xi^2\right), \quad \textbf{da} \quad \frac{d}{d\xi}\xi = 1 + \xi\frac{d}{d\xi} \end{aligned}$$

Also,

$$[b, b^\dagger] = bb^\dagger - b^\dagger b = 1\,.$$

XXX

e) Zeigen Sie, dass der Hamiltonoperator H die Form

$$H = \hbar\omega\,(b^\dagger b + \frac{1}{2})$$

besitzt.

Lsg:

$$b^\dagger b = \frac{1}{2}\left(-\frac{d^2}{d\xi^2} + 1 + \xi^2\right)$$

$$\frac{\hbar\omega}{2}\left(b^\dagger b + \frac{1}{2}\right) = \frac{\hbar\omega}{2}\left(-\frac{d^2}{d\xi^2} + \xi^2 + 1\right) = H, \quad \blacksquare$$

XXX

f) Beweisen Sie, dass der Operator $b^\dagger b$ selbstadjugiert ist.

Lsg:

Operator $bb^\dagger$ **ist selbstadjugiert, falls** $(bb^\dagger)^\dagger = bb^\dagger$**.**

$$(bb^\dagger)^\dagger = (b^\dagger)^\dagger b^\dagger,$$

$$(b^\dagger)^\dagger = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\frac{d}{d\xi} + \xi\right)\right)^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{d}{d\xi} + \xi\right) = b \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (bb^\dagger)^\dagger = bb^\dagger \quad \blacksquare$$

XXX

g) Wie können Sie die Grundzustandswellenfunktion $|\,0\,\rangle$ explizit berechnen? Normieren Sie diese Funktion:

$$\langle 0|0 \rangle = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}\int_{-\infty}^{+\infty} d\xi\,|\varphi_0|^2 = 1.$$

Hinweis:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\xi e^{-\xi^2} = \sqrt{\pi}.$$

Lsg:
Es gibt verschiedene Lösungswege. Zum Beispiel für φ_n gilt:

$$\varphi_n(\xi) = \langle \xi | n \rangle;$$

Für den Zustand $|0\rangle$ berechnen wir das Produkt:

$$b\varphi_0(\xi) = \langle \xi | b | 0 \rangle = 0 \ \Leftrightarrow \left(\frac{d}{d\xi} + \xi \right) \varphi_0 = 0, \Leftrightarrow \varphi_0(\xi) = c_0 \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right).$$

Normierung:

$$1 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \, |\varphi_0|^2 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} |c_0|^2 \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} d\xi e^{-\xi^2/2}}_{=\sqrt{\pi}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ c_0 = \sqrt[4]{\frac{m\omega}{\hbar\pi}}.$$

Also

$$\varphi_0(\xi) = \sqrt[4]{\frac{m\omega}{\hbar\pi}} \exp\left[\frac{-\xi^2}{2}\right] \quad \blacksquare$$

XXX

Aufgabe 3:

Betrachten Sie zwei hermitesche Operatoren A und B.

a) Unter welcher Voraussetzung ist das Produkt zweier hermitischer Opeartoren A und B wieder ein hermitescher Operator?

Lsg:

$$\begin{aligned} A = A^\dagger, \quad B = B^\dagger \\ \Longrightarrow (A\ B)^\dagger = B^\dagger A^\dagger = B\, A, \\ (A\ B)^\dagger = A\, B \Longleftrightarrow [A,\, B] = 0\,. \end{aligned}$$

XXX

b) Wie lautet der zum Kommutator $[A,\, B]$ adjugierte Operator?

Lsg:

$$\begin{aligned} A = A^\dagger, \quad B = B^\dagger \\ \Longrightarrow [A,\, B]^\dagger = (AB)^\dagger - (BA)^\dagger = B^\dagger A^\dagger - A^\dagger B^\dagger = BA - AB = -[A, B]. \end{aligned}$$

Der Kommutator ist antisymmetrisch.

XXX

c) Suchen Sie einen geeigneten Zahlenfaktor, durch den aus $[A,\, B]$ ein hermitescher Operator wird.

Lsg:
Man setze

$$\begin{aligned} x = i\alpha[A, B]; \qquad \alpha \in \mathbb{R} \\ \Longrightarrow x^\dagger = (i\alpha)^*[A, B]^\dagger = (-i\alpha)(-[A, B]) = x\,. \end{aligned}$$

XXX

d) $|\,\alpha\rangle$ ist ein Eigenzustand des linearen hermiteschen Operators A. Berechnen Sie den Erwartungswert des Kommutators von A mit einem beliebigen Operator C im Zustand $|\,\alpha\rangle$:

$$\langle\alpha|\,[A, C]\,|\alpha\rangle.$$

Lsg:

$$A|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle; \qquad \alpha \quad \textbf{reell}$$

$$\begin{aligned} \langle\alpha|[A, C]|\alpha\rangle &= \langle\alpha|AC|\alpha\rangle - \langle\alpha|CA|\alpha\rangle = \\ &= \langle\alpha|C^\dagger A^\dagger|\alpha\rangle^* - \alpha\langle\alpha|C|\alpha\rangle = \\ &= \langle\alpha|C^\dagger A|\alpha\rangle^* - \alpha\langle\alpha|C|\alpha\rangle = \\ &= \alpha\langle\alpha|C^\dagger|\alpha\rangle^* - \alpha\langle\alpha|C|\alpha\rangle = \\ &= \alpha\langle\alpha|C|\alpha\rangle - \alpha\langle\alpha|C|\alpha\rangle = 0\,. \end{aligned}$$

XXX

Aufgabe 4:

a) Bleiatome mit der Elektronenkonfiguration $\ldots 6p^2\,{}^3P_0$ (Spin-Triplett $S = 1$) werden durch einen Stern-Gerlach-Magneten geschickt. Ist eine Aufspaltung des Atomstrahls zu erwarten? Wenn ja in wie viel Teilstrahlen? Ignorieren Sie den Kernspin (die meisten Pb-Isotope haben Kernspin 0).

Lsg:
Der Gesamtdrehimpuls ist $J = 0$ und damit $M \equiv 0$. Folglich hat die Hülle kein resultierendes magnetisches Moment und es kommt zu keiner Aufspaltung.

Hinweis: Die Ableitung des g-Faktors macht für $J = 0$ keinen Sinn.

XXX

b) Welche mittlere Wellenlänge hat die Lyman-β-Linie ($n = 3 \to n = 1$) im Wasserstoffatom? Welche Dipolauswahlregeln für atomare Übergänge kennen Sie?

Lsg:
Es ist der richtige Gebrauch der "Rydberg-Formel"

$$h\,\nu_{mn} = E_m - E_n = hc\,R_H\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) = 13,6\,\mathrm{eV}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

mit $m = 3 > n = 1$ gefragt. Es ergibt sich $h\nu_{32} = (8/9)\,13,6\,\mathrm{eV}$ bzw. mit der angegebenen Umrechnung "1 eV entspricht etwa $2,4 \cdot 10^{14}\,/s$" $\nu_{32} = 2,9 \cdot 10^{15}\,/s$, also $\lambda_{32} = c/\nu_{32} = 103\,\mathrm{nm}$.

Dipolauswahlregeln: Paritätswechsel ($\triangle l = \pm 1$) und Drehimpulsauswahlregel $\triangle J = 0, \pm 1$ (nicht $J = 0 \to J = 0$) und $\triangle M = 0, \pm 1$ (nicht $\triangle M = 0$, falls $\triangle J = 0$). In LS-Kopplung hat man noch $\triangle S = 0$ (Interkombinationsverbot z. B. im He-Atom).

XXX

c) Welche Frequenz ist nötig, um in einem Magnetfeld von $B = 1,4$ T Protonenspin-Übergänge zwischen der parallelen und der antiparallelen Ausrichtung zu induzieren? Ignorieren Sie Kopplungen des Protonenspins an andere Drehimpulse.

Lsg:
Es gilt die Resonanzbedingung $h\nu = g_p \mu_K B(\triangle M)$, also

$$\nu = 5,59 \cdot 5,05 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{J/T} \cdot 1,4\,\mathrm{T}/(6,63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js}) = 5,96 \cdot 10^7\,\mathrm{Hz} = 59,6\mathrm{MHz}.$$

XXX Zahlenwerte und Begriffe, die Sie nicht unbedingt parat haben:

Wellenzahl: ν/c = Frequenz/Vakuumlichtgeschwindigkeit;
Planck'sches Wirkungsquantum: etwa $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js;
Bindungsenergie des $1s$-Elektrons im H-Atom: etwa 13,6 eV;
1 eV entspricht einer Strahlungsfrequenz von etwa $\nu = 2,4 \cdot 10^{14}$ /s;
g-Faktor des Protons: etwa $g_P = 5,59$;
Bohr'sches Magneton: etwa $\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24}\,\mathrm{J/T} = 5,79 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{eV/T}$;
Kernmagneton: etwa $\mu_K = 5,05 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{J/T} = 3,15 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{eV/T}$;
atomare Masseneinheit: amu etwa $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg.