An welche Stichwörter von der letzten Vorlesung können Sie sich noch erinnern?

Positive und negative Ladung

Das Coulombsche Gesetz

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

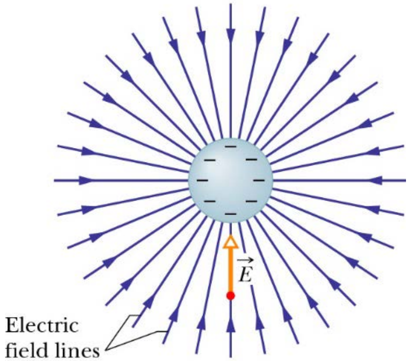
Quantisierung und Erhaltung der elektrischen Ladung

$$e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$$

Das elektrische Feld

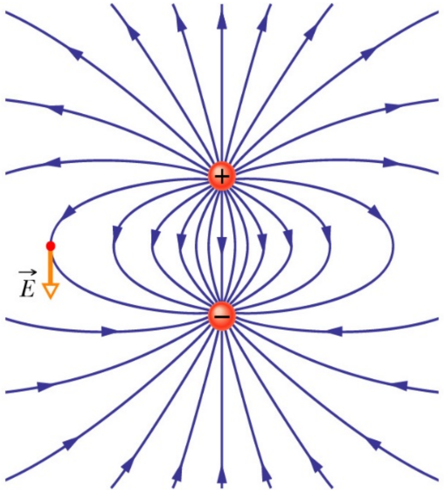
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

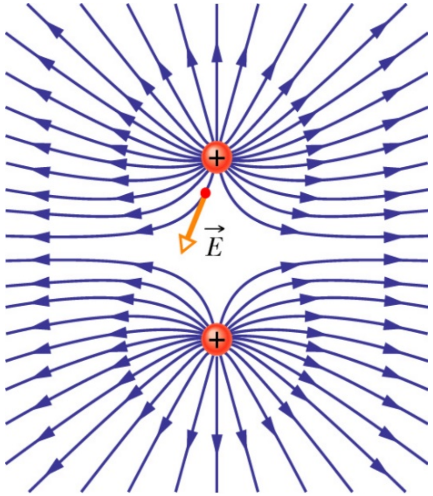
19.3 Elektrische Feldlinien



Man kann sich den Raum um einen geladenen Körper als angefüllt mit Kraftlinien vorstellen.
Diesen elektrischen Feldlinien stellen keine physikalische Realität dar, aber sie sind ein zweckmäßiges Hilfsmittel zur Veranschaulichung des räumlichen Verlaufs elektrischer Felder.

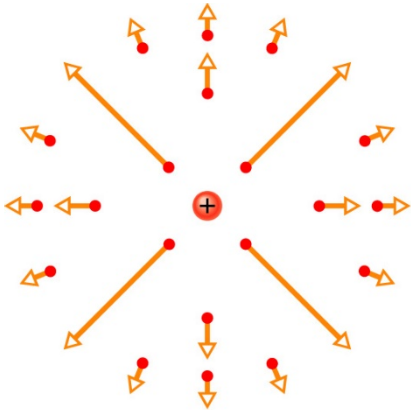
(1) In jedem Punkt des Raums ist die Richtung des Felds E in diesem Punkt gegeben durch die Richtung der Tangente an die durch diesen Punkt verlaufende Feldlinie.
(2) Man zeichnet die Feldlinien in der Weise, dass die Feldliniendichte, also die Anzahl von Feldlinien, die durch eine senkrecht zu den Linien gewählte Einheitsfläche hindurchtreten, proportional ist zum Betrag von E.





Elektrische Feldlinien beginnen bei einer positiven Ladung und sind von dieser weg auf eine negative Ladung hin gerichtet, wo sie enden.

19.4 Das elektrische Feld einer Punktladung



Um das elektrische Feld in einem beliebigen Punkt mit dem Abstand r von einer Punktladung q (oder einem geladenen Teilchen) zu bestimmen, nutzen wir das Coulombschen Gesetz –
wir berechnen wir den Betrag F der elektrostatischen Kraft auf eine Probeladung q_0:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q||q_0|}{r^2}$$

Den Betrag des elektrischen Feldvektors ist dann:

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{r^2}}$$

Entsprechend erhält man das resultierende elektrische Feld mehrerer Punktladungen: Bringen wir eine positive Probeladung q_0 in die Nähe von n Punktladungen, so ergibt sich die resultierende Kraft auf die Probeladung:

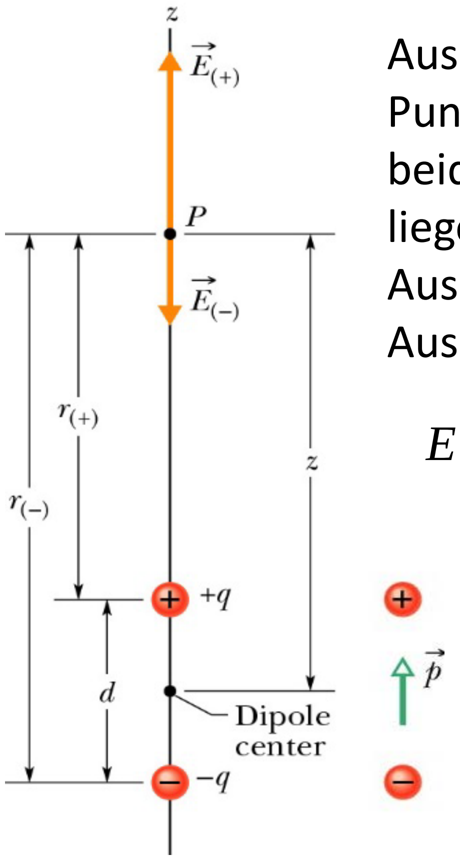
$$\vec{F}_{ges} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{0i}$$

Daraus folgt nach für das resultierende elektrische Feld am Ort der Probeladung

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{ges}}{q_0} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\vec{F}_{0i}}{q_0} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$

E_i bezeichnet das elektrische Feld, das die Punktladung i erzeugen würde, wäre sie *alleine vorhanden*. Wir haben bewiesen, dass das Superpositionsprinzip für elektrostatische Kräfte ebenso gilt wie für elektrische Felder.

19.5 Das Feld eines elektrischen Dipols



Aus Symmetriegründen muss das resultierende elektrische Feld E im Punkt P ebenso wie die Felder $E_{(+)}$ und $E_{(-)}$, die von jeder einzelnen der beiden Dipolladungen im Punkt P erzeugt werden, auf der Dipolachse liegen, die wir deshalb als z-Achse gewählt haben.
Aus gleichen Gründen muss E proportional zu d sein.
Aus dem Superpositionsprinzip:

$$E = E_{(+)} - E_{(-)} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_{(+)}^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_{(-)}^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{(z+d/2)^2} - \frac{1}{(z-d/2)^2}\right) =$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}\left(\frac{1}{(1+d/2z)^2} - \frac{1}{(1-d/2z)^2}\right)$$

Für z>>d gilt die Taylor-Entwicklung für $(1+x)^{\alpha} = 1+\alpha x$, (hier $\alpha=-2$):

$$\boxed{E = \frac{qd}{2\pi\varepsilon_0 z^3} = \frac{p}{2\pi\varepsilon_0 z^3}}$$

Das Produkt qd, welches die beiden wesentlichen Eigenschaften eines elektrischen Dipols, nämlich den Betrag der beteiligten Ladungen sowie deren Abstand enthält, ist der Betrag p einer vektoriellen Größe p, dem <u>elektrischen Dipolmoment des Dipols</u>.

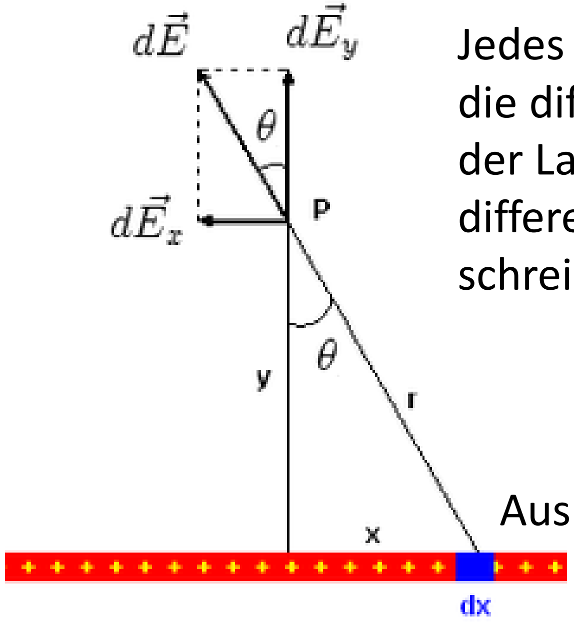
19.6 Das elektrische Feld einer linearen Ladungsverteilung

Wir haben bisher elektrische Felder betrachtet, wie sie von einer einzelnen oder höchstens von einigen wenigen Punktladungen erzeugt werden. Im Folgenden betrachten wir dagegen elektrische Felder von Ladungsverteilungen, die wir uns als Mengen sehr vieler, eng benachbarter Punktladungen vorstellen (Linie, Oberfläche oder Raumvolumen) verteilt sind.

Einige Ladungsmaße

Name	Symbol	SI-Einheit
Ladung	q	C
Lineare Ladungsdichte	λ	C/m
Flächen-ladungsdichte	σ	C/m^2
Raum-ladungsdichte	ρ	C/m^3

Wir betrachten solche makroskopischen Ladungsverteilungen dann als *kontinuierlich*, nicht mehr aus diskreten Ladungen bestehend.



Jedes differenzielle Ladungselement des geladenen Drahtes habe die differenzielle Länge dx. Unter Verwendung der Ladungsdichte λ, der Ladung pro Einheitslänge auf dem Draht, kann man die differenzielle Ladung eines Ladungselements in der Form $dq = \lambda dx$ schreiben. Dann ist der Betrag des Feldes des Elements

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{r^2}$$

Aus Symmetriegründen muss E entlang der y-Achse orientiert sein, deshalb:

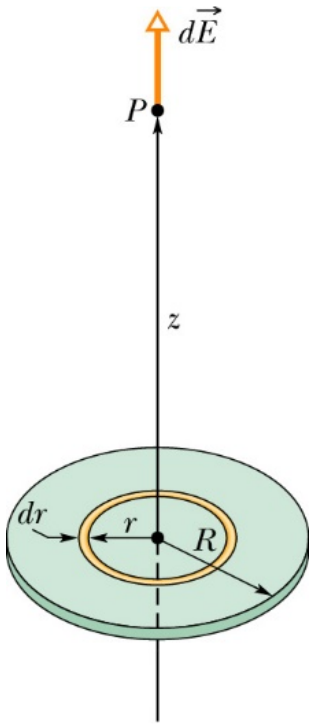
$$E = \int dE_y = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{r^2}\cos\theta = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{r^2}\frac{y}{r} =$$

$$E=\int dE_y=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{r^2}\cos\theta=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{r^2}\frac{y}{r}=\frac{y\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{r^3}=\frac{y\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{\left(x^2+y^2\right)^{3/2}}=$$

$$=\frac{y\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{y^3\left(\left(x/y\right)^2+1\right)^{3/2}}=\frac{y\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{d\left(x/y\right)}{\left(\left(x/y\right)^2+1\right)^{3/2}}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{d\xi}{\left(\xi^2+1\right)^{3/2}}=\boxed{\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}}$$

Das elektrische Feld eines Drahtes klingt als 1/y aus, wobei y der Abstand zum Draht ist

19.7 Das elektrische Feld einer geladenen Scheibe



Eine kreisförmige Scheibe vom Radius R, die auf ihrer Oberseite eine positive Ladung mit der homogenen Dichte σ trägt, erzeugt ein elektrisches Feld in einem Punkt P, der in einer Entfernung z auf der Symmetrieachse der Scheibe liegt:

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right)$$

Im Grenzfall R —>∞ bei endlichem Wert von z reduziert sich die Gleichung auf:

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Das elektrische Feld einer unendlichen Oberfläche ist konstant.

19.8 Verhalten einer Punktladung in einem elektrischen Feld

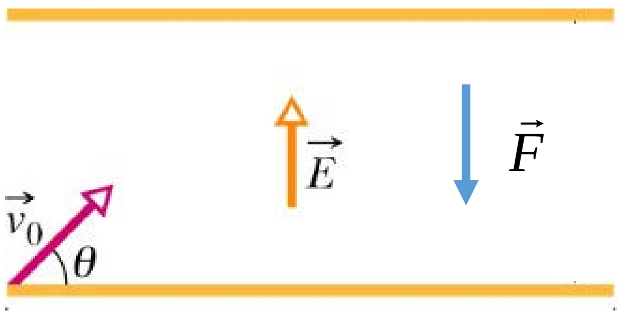
Wie verhält sich ein geladenes Teilchen im elektrischen Feld E anderer, stationärer oder nur sehr langsam beweglicher Ladungen?

Auf das Teilchen wirkt eine elektrostatische Kraft: $\vec{F} = q\vec{E}$

wobei q die Ladung des Teilchens (mit Vorzeichen)

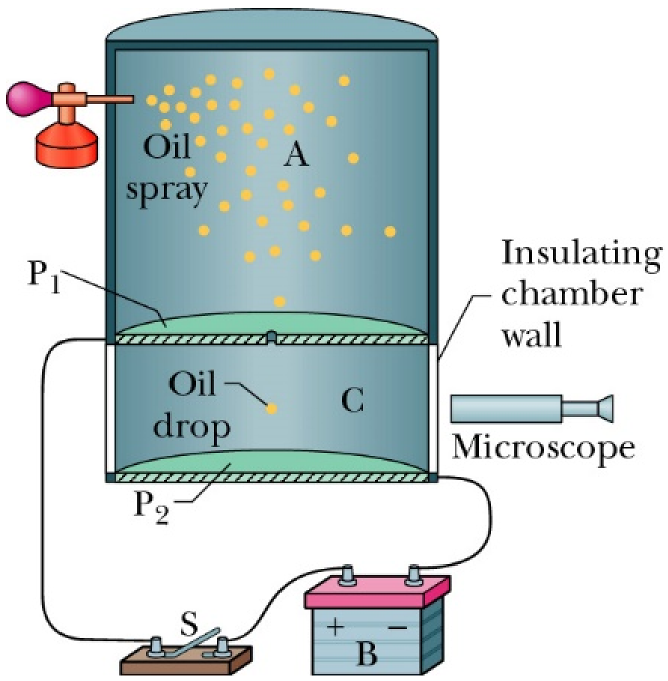
Die elektrostatische Kraft F auf ein geladenes Teilchen, das sich in einem äußeren elektrischen Feld E befindet, hat die Richtung des Felds, falls die Ladung des Teilchens positiv ist. Ist die Ladung des Teilchens dagegen negativ, so sind Feld und Kraft einander entgegengesetzt gerichtet.

NB: Dieses Feld ist nicht zu verwechseln mit dem vom Teilchen selbst erzeugten Feld. Zur Unterscheidung der beiden Felder bezeichnet man das Feld, welches auf das Teilchen wirkt, auch als <u>externes (äußeres) Feld</u>



Bewegung eines Elektrons in einem homogenen elektrischen Feld ist ähnlich dem freien Wurf.

Messung der Elementarladung
R.A. Millikan, 1910-1913.



Beim Einsprühen Öltröpfchen in die Kammer A werden einige von ihnen positiv oder negativ geladen. Betrachten wir ein Tröpfchen und nehmen wir an, das Tröpfchen trage eine negative Ladung q.
In der Kammer C, zwischen den geladenen Platten, besteht ein nach unten gerichtetes elektrisches Feld E. Dieses Feld übt auf ein geladenes Teilchen eine Kraft aus, die seine Bewegung beeinflusst. Insbesondere wirkt auf ein negativ geladenes Öltröpfchen eine nach oben gerichtete Kraft und das Tröpfchen driftet in Richtung dieser Kraft.

Millikan beobachtete mit Hilfe eines Mikroskops jeweils ein einzelnes, geladenes Tröpfchen, maß seine Driftgeschwindigkeit sowohl mit als auch ohne äußeres elektrisches Feld und bestimmte so den Einfluss der Ladung des Tröpfchens auf dessen Bewegung im Feld.
zB. im Gleichgewicht:

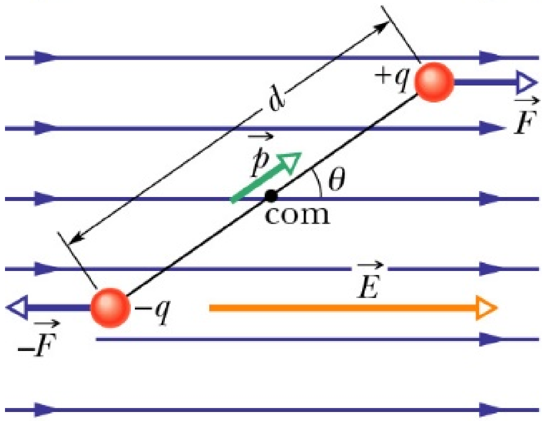
$$qE = mg \Rightarrow q = \frac{mg}{E}$$

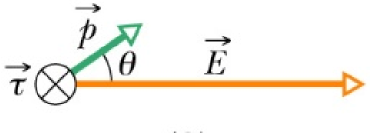
Dabei beobachtete er, dass die Ladungsmengen auf den Tröpfchen in jedem Fall gegeben waren durch eine Beziehung der Form

$$q = ne \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Nobelpreis für Physik des Jahrs 1923.

19.9 Verhalten eines Dipols in einem elektrischen Feld





Wir betrachten einen Dipol in einem homogenen, äußeren elektrischen Feld E.
Dabei nehmen wir an, dass der Dipol aus zwei Punktladungen vom Betrag q mit entgegengesetzten Vorzeichen besteht, die im Abstand d voneinander fixiert sind. Der Winkel zwischen dem Dipolmoment p und dem Feld E sei θ.

Auf jedes der beiden Enden des Dipols wirken elektrostatische Kräfte. In einem homogenen elektrischen Feld sind diese Kräfte einander entgegengesetzt gerichtet und haben den gleichen Betrag F = qE.

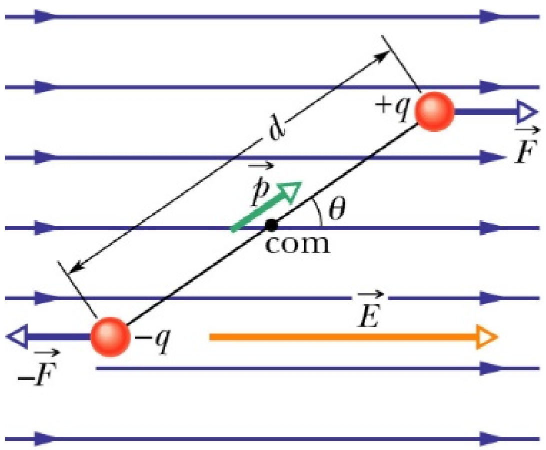
Die resultierende elektrostatische Kraft auf den Dipol ist null, sodass sich der Massenschwerpunkt des Dipols nicht bewegt.
Andererseits erzeugen die Kräfte auf die beiden Enden des Dipols ein resultierendes Drehmoment τ um seinen Schwerpunkt. Der Betrag des Drehmoments ($\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$):

$$|\tau| = F\frac{d}{2}\sin\theta + F\frac{d}{2}\sin\theta = Eqd\sin\theta = Ep\sin\theta$$

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}}$$

$$\tau = -Ep\sin\theta$$

Potenzielle Energie eines elektrischen Dipols



Mit der Orientierung eines elektrischen Dipols relativ zu einem elektrischen Feld ist eine potenzielle Energie verbunden. Ein Dipol in einem äußeren Feld hat die geringste potenzielle Energie, wenn sein Dipolmoment p parallel zum elektrischen Feld ausgerichtet ist.
In allen davon abweichenden Orientierungen ist die potenzielle Energie größer. Ein Dipol verhält sich deshalb ähnlich wie ein Pendel: Ein Pendel hat die geringste potenzielle Energie der Gravitation in seiner Gleichgewichtslage. Um ein Pendel oder einen Dipol aus der Gleichgewichtslage zu entfernen, muss Arbeit von außen aufgewendet werden.

Berechnen wir die potenzielle Energie U des Dipols bei einer beliebigen Orientierung relativ zur Feldrichtung

$$U(\theta) = U(0) - \int_0^\theta \tau d\theta = U(0) + \int_0^\theta pE \sin\theta d\theta = U(0) + pE(1 - \cos\theta)$$

Um die Gleichung einfach zu halten, nehemn wir an, dass U(0)=- pE ist. Dann:

$$\boxed{U(\theta) = -pE\cos\theta}$$

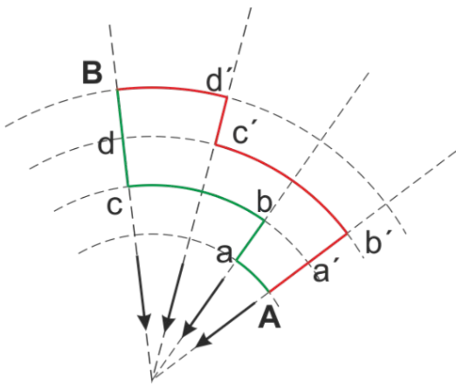
$$U(\theta) = -mg\cos\theta$$

UT:

20. Fluss eines elektrischen Felds und der Gaußsche Satz
20.1 Fluss eines elektrischen Felds
20.2 Der Gaußsche Satz
20.3 Beispiele der Anwendung des Gaußschen Satzes.

21. Elektrisches Potenzial

21.1 Elektrische potenzielle Energie



Potenzielle Energie der Gravitationskraft

Das Newtonsche Gravitationsgesetz und das Coulombsche Gesetz der elektrostatischen Wechselwirkung sind mathematisch identisch. Deshalb sollten die allgemeinen Eigenschaften der Gravitationskraft ganz analog auch für die elektrostatische Kraft gelten.

Insbesondere ist der Schluss richtig, dass es sich auch bei der elektrostatischen Kraft um eine konservative Kraft handelt. Wirkt somit eine elektrostatische Kraft innerhalb eines Systems zweier oder mehrerer geladener Teilchen, so kann man dem Zustand dieses Systems eine elektrische potenzielle Energie U zuordnen

Damit gilt die elektrostatische Kraft als **eine konservative Kraft**.

Wirkt eine elektrostatische Kraft innerhalb eines Systems zweier oder mehrerer geladener Teilchen, so kann man dem Zustand dieses Systems eine elektrische potenzielle Energie U zuordnen. Ändert sich die Konfiguration des Systems von einem Anfangs- oder Initialzustand i zu einem End- oder Finalzustand f, so verrichtet die elektrostatische Kraft eine Arbeit W an den Teilchen des Systems.
Die potenzielle Energie des Systems ändert sich bei dieser Zustandsänderung um einen Betrag ΔU:

$$\Delta U = U_f - U_i = -W$$

Wie bei allen konservativen Kräften ist die von der elektrostatischen Kraft verrichtetet Arbeit vom Weg unabhängig.
Bei der Referenzkonfiguration eines Systems geladener Teilchen, wobei alle Teilchen des Systems unendlich weit voneinander entfernt sind, wird die potenzielle Energie des Systems auf null (0) gesetzt.
Damit für die potenzielle Energie des Systems im Endzustand:

$$\boxed{U_f = -W_\infty}$$

W_∞ wäre die Arbeit, die das **elektrische Feld an dem Teilchen** verrichtet.