Übungen zu Theoretische Ergänzungen zur Physik III, WS 2015/16

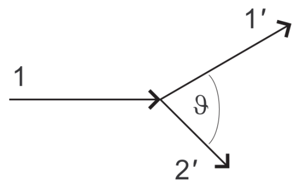
Prof. Dr. U. Thiele

Übungen im WWW: http://pauli.uni-muenster.de/tp/menu/studium/archiv/physik-iii-ws-201516.html

---

Übungsblatt 5: (15 P.) **Abgabe: 18.01.16 bzw. 19.01.16**

Aufgabe 1: Stoßgesetze



Ein Teilchen 1 der Masse m stoße elastisch auf ein ruhendes Teilchen 2 gleicher Masse. Nach dem Stoß bewegen sich die beiden Teilchen unter einem Winkel ϑ relativ zueinander (siehe Skizze).

a) [1 P.] Zeigen Sie, dass im Rahmen der klassischen Mechanik $\vartheta = \pi/2$ gilt.

b) [3 P.] Zeigen Sie, dass in der speziellen Relativitätstheorie $\vartheta \leq \pi/2$ gilt.

Aufgabe 2: Bewegung im elektrischen Feld

Ein geladenes Teilchen (Ladung q, Ruhemasse m) bewege sich in einem homogenen elektrischen Feld $\vec{E} = (E, 0, 0)$ mit den Anfangsbedingungen

$$\vec{r}(t = 0) = (0, 0, z_0), \qquad \vec{v}(t = 0) = (0, v_0, 0).$$

a) [2 P.] Zeigen Sie, dass die Zeitabhängigkeit der relativistischen kinetischen Energie durch

$$T^{rel} = \sqrt{m^2c^4 + c^2(q^2E^2t^2 + \gamma_0^2 m^2 v_0^2)} \qquad \text{mit} \quad \gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}$$

gegeben ist.

b) [2 P.] Bestimmen Sie die Teilchengeschwindigkeit $\vec{v}(t)$.

c) [2 P.] Bestimmen und skizzieren Sie die Bahn $\vec{r}(t)$ des Teilchens.

Aufgabe 3: Relativistisches Elektron im Magnetfeld

Ein Teilchen mit der Ladung q bewege sich in einem homogenen Magnetfeld $\vec{B} = (0, 0, B)$ unter dem Einfluss der Lorentz-Kraft $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$.

a) [2 P.] Zeigen Sie, dass aus der relativistischen Bewegungsgleichung

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\gamma\vec{v})}{dt}$$

folgt

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{F}}{m\gamma} - \frac{(\vec{F} \cdot \vec{v})\vec{v}}{mc^2\gamma}.$$

b) [1 P.] Zeigen Sie, dass sich die relativistische Bewegungsgleichung

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

wegen der speziellen Form der Kraft bei dieser Bewegung als

$$m\gamma\frac{d\vec{v}}{dt} = q\left(\vec{v}_\perp \times \vec{B}\right)$$

schreiben lässt. Dabei ist $\vec{v}_\perp$ die zu $\vec{B}$ senkrechte Komponente der Geschwindigkeit $\vec{v} = \vec{v}_\parallel + \vec{v}_\perp$. Nutzen Sie dabei das Ergebnis von a) aus.

c) [2 P.] Erläutern Sie, warum sich bei einer Anfangsgeschwindigkeit $\vec{v}_0$, die senkrecht zu $\vec{B}$ ist, ein Kreis als Bahnkurve ergibt. Berechnen Sie den Radius R des Kreises in Abhängigkeit von $\vec{v}$. Bestimmen Sie R für ein Elektron mit $E_{kin}^{rel} \equiv \gamma mc^2 = 10\ MeV$ in einem Magnetfeld von $2\ T$. Vergleichen Sie Ihr Resultat mit dem Resultat einer klassischen Rechnung.