**Blatt 9**

**Aufgabe 1: Nichtviskose Burgersgleichung**

Betrachten Sie das Anfangswertproblem für eine eindimensionale nichtviskose Burgersgleichung:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + u(x,t)\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} &= 0\,, \\ u(x,0) &= u_0(x)\,. \end{aligned} \tag{1}$$

a) Lösen Sie Gl. (1) mit Hilfe der Methode der Charakteristiken;

b) Lösen Sie Gl. (1) numerisch mit Hilfe des Upwind- oder Lax-Wendroff-Verfahrens.

| | |
|---|---|
| Space interval | $L$=10 |
| Initial condition | $u_0(x) = \exp(-(x-3)^2)$ |
| Space discretization step | $\triangle x = 0.05$ |
| Time discretization step | $\triangle t = 0.05$ |
| Amount of time steps | $T = 36$ |

Betrachten Sie nun das Riemann Problem, d.h. die Gl. (1) mit der folgenden Anfangs-Diskontinuität bei $x = L/2$:

$$u_0(x) = \begin{cases} u_l, & x < L/2\,, \\ u_r, & x \geq L/2\,. \end{cases}$$

c) Lösen Sie das Riemann-Problem numerisch mit Hilfe des Upwind- oder Lax-Wendroff-Verfahrens für $u_l = 0.8$, $u_r = 0.2$.

d) Lösen Sie das Riemann-Problem numerisch mit Hilfe des Upwind- oder Lax-Wendroff Verfahrens für $u_l = 0.2$, $u_r = 0.8$.