

Blatt 8

Aufgabe 1: Advektionsgleichung

Betrachten Sie das Anfangswertproblem für eine eindimensionale Advektionsgleichung

$$\begin{aligned}\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + c \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} &= 0, \\ u(x,0) &= u_0.\end{aligned}\tag{1}$$

mit der Geschwindigkeit $c > 0$, $x \in \mathbb{R}$. Die analytische Lösung ist $u(x,t) = u_0(x - ct)$.

a) Lösen Sie die Advektionsgleichung (1) für $c = 0.5$ auf dem Intervall $x \in [0, 10]$ mit dem Verfahren von Lax und periodischen Randbedingungen. Die Anfangsbedingung ist

$$u_0 = \exp(-10(x - 2)^2).$$

Führen Sie die von Neumann'sche Stabilitätsanalyse durch.

b) Lösen Sie nun die Gl. (1) für $c = 0.5$ auf dem Intervall $x \in [0, 10]$ mit dem Lax-Wendroff Verfahren und periodischen Randbedingungen. Die Anfangsbedingung ist

$$u_0 = \exp(-10(x - 2)^2).$$

Führen Sie die von Neumann'sche Stabilitätsanalyse durch.