

Aufgabe 1: Ableiten mit der FFT

Mit Hilfe der schnellen Fouriertransformation ist es besonders einfach, Ableitungen von Funktionen zu berechnen oder Signale einer Hoch- oder Tiefpassfilterung zu unterziehen. Dazu ist es wichtig, die Anordnung der Fourierkoeffizienten im transformierten *array* zu beachten. Sei f eine L -periodische Funktion, welche an den Stützstellen f_1, \dots, f_N gegeben ist. Falls f komplex ist, liegen im transformierten *array* die Fourierkoeffizienten in der Reihenfolge

$$\tilde{f}_0, \tilde{f}_1, \dots, \tilde{f}_{\frac{N}{2}}, \tilde{f}_{-\frac{N}{2}+1}, \tilde{f}_{-\frac{N}{2}+2}, \dots, \tilde{f}_{-1}$$

vor. Ist f eine reelle Funktion, so haben die Fourierkoeffizienten die Symmetrie $\tilde{f}_{-j} = \tilde{f}_j^*$. Dadurch benötigt man im Fourierraum nur einen nahezu halb so großen *array*, in dem die Fourierkoeffizienten in der Reihenfolge

$$\tilde{f}_0, \tilde{f}_1, \dots, \tilde{f}_{\frac{N}{2}}$$

vorliegen.

Machen Sie sich klar: Um eine Ableitung zu berechnen, ist im Fourierraum jeder Fourierkoeffizient mit der entsprechenden Wellenzahl $k(j) = \frac{2\pi}{L}j$ und der imaginären Einheit zu multiplizieren. Schreiben Sie nun ein kurzes Programm, welches eine periodische Funktion im Ortsraum initialisiert, diese fouriertransformiert und im Fourierraum die Ableitung berechnet. Prüfen Sie an einfachen Beispielen, ob sich nach der Rücktransformation in den Ortsraum das richtige Ergebnis ergibt.