Numerische Methoden für komplexe Systeme, SoSe 2013

Dr. S. Gurevich

Übungen im WWW: http://pauli.uni-muenster.de/tp/

Aufgabe 1: Swift-Hohenberg-Gleichung

Lösen Sie die zweidimensionale Swift-Hohenberg-Gleichung

$$\partial_t \psi = \epsilon\psi - (\nabla^2 + 1)^2\psi + g\psi^2 - \psi^3,$$

$\psi = \psi(x, y, t)$ mit Hilfe des Pseudospektralverfahrens auf dem Grundgebiet $[0, 32] \times [0, 32]$. Die Anfangsbedingung ist durch die homogene Lösung $\psi = 0$ zuzüglich Rauschen kleiner Amplitude gegben. Betrachten Sie die Fälle:

a) Streifen: $\epsilon = 0.3$, $g = 0$;

b) Hexagone: $\epsilon = 0.1$, $g = 1$.

Aufgabe 2: Zigzag- und Eckhaus-Instabilitäten

Lösen Sie die zweidimensionale Swift-Hohenberg-Gleichung

$$\partial_t \psi = \epsilon\psi - (\nabla^2 + 1)^2\psi + \delta\psi^2 - \psi^3,$$

$\psi = \psi(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{r} = (x, y)$ mit Hilfe des Pseudospektralverfahrens auf dem Grundgebiet $\mathbf{r} \in [0, 32] \times [0, 32]$ für den Fall $\epsilon = 0.3$ und $\delta = 0$.

a) Zigzag-Instabilität: Die Anfangsbedingung ist durch Streifen mit der Wellenzahl $k = 0.88357$ zuzüglich Rauschen kleiner Amplitude gegeben.

b) Eckhaus-Instabilität: Die Anfangsbedingung ist nun durch Streifen mit der Wellenzahl $k = 1.178$ plus Rauschen kleiner Amplitude gegeben.

Aufgabe 3:

Lösen Sie nun die zweidimensionale Swift-Hohenberg-Gleichung in der Form

$$\partial_t \psi = \epsilon\psi - (\nabla^2 + 1)^2\psi + \bar{\epsilon}(\mathbf{r})\psi + \delta\psi^2 - \psi^3,$$

wobei $\psi = \psi(\mathbf{r},\, t)$, $\mathbf{r} = (x,\, y)$ und

$$\bar{\epsilon}(\mathbf{r}) = \begin{cases} 0, & \mathbf{r} \in G, \\ -3\epsilon, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Hinweis: Verwenden Sie ein Pseudospektralverfahren, so dass die fouriertransformierte Evolutionsgleichung die Form

$$\dot{\psi} - (\epsilon - (1 - k^2)^2)\psi = \mathcal{F}(\bar{\epsilon}\psi + \delta\psi^2 - \psi^3)$$

besitzt. Betrachten Sie ein kreisförmiges und elliptisches Gebiet G.
Parameter: siehe Aufgabe 1 (a, b).