

Aufgabe 1: Korteweg-de-Vries-Gleichung

Betrachten Sie das Anfangswertproblem für die eindimensionale Korteweg-de-Vries-Gleichung

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 6u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0 \quad (1)$$

mit Hilfe des Pseudospektralverfahrens auf dem Grundgebiet $x \in [-\pi, \pi]$ mit 256 Gitterpunkten. Benutzen Sie das “Integrating Factor” Verfahren zusammen mit einem Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung für die Zeitintegration. Die Anfangsbedingung ist

$$u(x, 0) = \frac{c_1^2}{2} \operatorname{sech}^2\left(\frac{c_1(x+2)}{2}\right) + \frac{c_2^2}{2} \operatorname{sech}^2\left(\frac{c_2(x+1)}{2}\right)$$

mit $c_1 = 5$ und $c_2 = 4$.