Aufgabe 1: Komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung in 1D

Lösen Sie die eindimensionale komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung

$$\partial_t A = (1 + i\alpha)\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + A - (1 + i\beta)|A|^2 A$$

$A = A(x, t)$ mit Hilfe des Pseudospektralverfahrens auf dem Grundgebiet L. Benutzen Sie ein *Exponential Time Differencing* Verfahren zweiter Ordnung (ETD2) für die Zeitintegration. Betrachten Sie die Fälle:

a) Ebene Wellen:

Konstanten	$(\alpha, \beta) = (1, 2)$
Grundgebiet	L=[-50, 50]
Zeitschritt	$h = 0.05$
Anzahl der Gitterpunkte	$N = 512$
Anfangsbedingung	$A(x, 0) =$ Rauschen der Amplitude 0.01

b) Benjamin-Feir-Instabilität:

Konstanten	$(\alpha, \beta) = (1, 2)$
Grundgebiet	L=[-50, 50]
Zeitschritt	$h = 0.05$
Anzahl der Gitterpunkte	$N = 512$
Anfangsbedingung	$A(x, 0) = \sqrt{1 - \left(\frac{20\pi}{L}\right)^2} \exp(i\frac{20\pi}{L}x) +$ Rauschen

c) Phasen-Turbulenz:

Konstanten	$(\alpha, \beta) = (2, -1)$
Grundgebiet	$L = [-100, 100]$
Zeitschritt	$h = 0.05$
Anzahl der Gitterpunkte	$N = 512$
Anfangsbedingung	$A(x, 0) = 1 +$ Rauschen der Amplitude 0.01

d) Defekt-Turbulenz:

Konstanten	$(\alpha, \beta) = (2, -2)$
Grundgebiet	$L = [-100, 100]$
Zeitschritt	$h = 0.05$
Anzahl der Gitterpunkte	$N = 512$
Anfangsbedingung	$A(x, 0) = 1 +$ Rauschen der Amplitude 0.01

e) Intermittenz:

`Konstanten`	$(\alpha,\ \beta) = (0.5,\ -1.5), \quad (0,\ -4)$
`Grundgebiet`	$L = [-100,\ 100]$
`Zeitschritt`	$h = 0.05$
`Anzahl der Gitterpunkte`	$N = 512$
`Anfangsbedingung`	$A(x, 0) = \mathrm{sech}((x + L/4)^2) + 0.8 * \mathrm{sech}((x - L/4)^2) + \text{Rauschen}$

f) Kohärente Strukturen:

`Konstanten`	$(\alpha,\ \beta) = (0,\ 1.5)$
`Grundgebiet`	$L = [-100,\ 100]$
`Zeitschritt`	$h = 0.05$
`Anzahl der Gitterpunkte`	$N = 512$
`Anfangsbedingung`	$A(x, 0) =$ Rauschen der Amplitude 0.01

Aufgabe 2: Komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung in 2D

Lösen Sie die zweidimensionale komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung

$$\partial_t A = (1 + i\alpha)\triangle A + A - (1 + i\beta)|A|^2 A$$

$A = A(x,\ y,\ t)$ mit Hilfe des Pseudospektralverfahrens auf dem Grundgebiet Ω. Benutzen Sie ein *Exponential Time Differencing* Verfahren zweiter Ordnung (ETD2) für die Zeitintegration.

a) "Frosen States":

`Konstanten`	$(\alpha,\ \beta) = (0,\ -1.5)$
`Grundgebiet`	$\Omega = [-100,\ 100] \times [-100,\ 100]$
`Zeitschritt`	$h = 0.05$
`Anzahl der Gitterpunkte`	$N = 256$
`Anfangsbedingung`	$A(x, 0) = 1 +$ Rauschen der Amplitude 0.01