Übungen zu Physik IV (SS 2002)

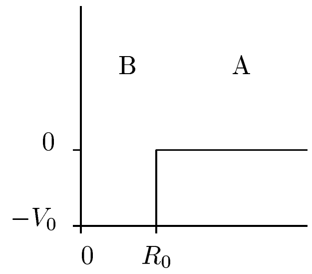
(G. Münster / T. Peitzmann)

Blatt 4

Aufgabe 14 (L:0;D:5): Kernpotential zwischen Proton und Neutron

Das Kernpotential zwischen Proton und Neutron kann durch

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ -V_0, & 0 < x < R_0 \\ 0, & R_0 < x \end{cases}$$



mit $R_0 = 2 \cdot 10^{-15}$m approximiert werden.

a) Leiten Sie die Lösbarkeitsbedingung für gebundene Zustände her:

$$\cot kR_0 = -\frac{\kappa}{k} \quad \text{mit} \quad k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(E + V_0) \quad \text{und} \quad \kappa^2 = \frac{2m}{\hbar^2}E\,.$$

b) Zeigen Sie, dass außerdem

$$V_0 > \frac{\pi^2 \hbar^2}{8mR_0^2}$$

gelten muss, wenn ein gebundener Zustand existiert.

c) Das Deuteron ist der einzige gebundene Zustand. Seine Bindungsenergie beträgt $-E = 2,23$ MeV. Schätzen Sie hieraus das Potenuial V_0 ab.

Aufgabe 15 (L:4;D:4): Emission und Absorption

a) Bei einem elektromagnetischen Übergang zwischen zwei Zuständen E_2 und E_1 eines ruhenden Atoms der Masse M wird ein Photon emittiert. Zeigen Sie, dass für $h\nu \ll Mc^2$ gilt:

$$h\nu = E_2 - E_1 - \frac{(E_2 - E_1)^2}{2Mc^2}.$$

Gibt es eine entsprechende Beziehung für die Absorption?

b) Betrachten Sie einen Übergang im Hg-Atom ($M = 3.34 \cdot 10^{-25}$ kg) mit $E_2 - E_1 = 4.86$ eV. Der Zustand hat eine Lebensdauer von $\tau = 10^{-8}$ s. Was bedeutet das für die Übergangsenergie? Kann ein Photon, das von einem ruhenden Hg-Atom emittiert wurde, von einem anderen ruhenden Atom wieder absorbiert werden (Resonanzabsorption)?

Aufgabe 16 (L:4;D:4): Stern-Gerlach-Experiment

a) In einem Stern-Gerlach-Experiment wird ein Feldgradient von $dB/dz = 1.4\,\mathrm{T/mm}$ über einen Weg von $l = 3.5\,\mathrm{cm}$ benutzt. Die Geschwindigkeit der Silberatome ($M = 1.8 \cdot 10^{-25}\,\mathrm{kg}$) hinter dem Ofen ist $v = 750\,\mathrm{m/s}$. Das magnetische Moment des Silberatoms ist:

$$\vec{\mu}_s = -g_s \frac{e}{2m_e} \vec{s},$$

wobei $g_s \approx 2$ ist und $\vec{s}$ die z-Komponenten $\pm\frac{1}{2}\hbar$ hat. Wie groß ist der Abstand zwischen den beiden Strahlen hinter dem Magneten?

b) Könnte man den Stern-Gerlach-Versuch auch mit geladenen Teilchen durchführen? Wie müsste das Feld beschaffen sein? Welche störenden Effekte spielen eine Rolle?

Aufgabe 17 (L:0;D:2): Wellenfunktionen und ihre Stromdichten

Berechnen Sie für die folgenden Wellenfunktionen $\psi(x)$ bzw. $\psi(\vec{r})$ die Wahrscheinlichkeitsstromdichten und interpretieren Sie die Ergebnisse.

a) $\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$ mit A und B komplex

b) $\psi(x) = u(x)e^{ikx}$; $u(x)$ komplexe Funktion

c) $\psi(\vec{r}) = \frac{e^{\pm i\vec{k}\vec{r}}}{r}$

Aufgabe 18 (L:0;D:1): Geschwindigkeit des Ortsmittelwertes

Der Erwartungswert (statistischer Mittelwert) des Teilchenortes $\vec{x}$ ist definiert durch

$$\langle\vec{x}\rangle_t = \int d^3x\, \vec{x}\, \rho(\vec{x}, t)$$

mit $\rho = |\psi|^2$ = Aufenthalts-Wahrscheinlichkeitsdichte. Leiten Sie durch Anwendung der Kontinuitätsgleichung für den Wahrscheinlichkeitsstrom $\vec{\jmath}(\vec{x}, t)$ einen allgemeinen Ausdruck für $\frac{d\langle\vec{x}\rangle_t}{dt}$, das heißt für die Wanderungsgeschwindigkeit des mittleren Teilchenortes her und schreiben Sie das Ergebnis wiederum als Erwartungswert eines Operators. Die Wellenfunktion ist dabei als für $|\vec{x}| \to \infty$ schnell abfallend anzunehmen (wichtig für „Randterme“).