

T. Schuster

Fakultät für Maschinenbau  
Helmut - Schmidt - Universität  
Holstenhofweg 85  
22043 Hamburg

Ziel der Vektortomographie ist die Rekonstruktion und Visualisierung von Geschwindigkeitsfeldern sich bewegender Flüssigkeiten oder Gase in einem Medium aus Ultraschallmessungen. Im Vergleich zur konventionellen, skalaren Computertomographie, handelt es sich hierbei um eine noch relativ junge Disziplin in den tomographischen, bildgebenden Verfahren, die weitreichende Anwendungen in solch unterschiedlichen Gebieten wie medizinische Diagnose, Industrie, Ozeanographie, Plasmaphysik oder Photoelastizität hat. Die Messdatenerfassung geschieht dabei entweder durch Time - of - Flight - Messungen oder Messungen des Doppler - Shifts eines Ultraschall - Signals, das entlang einer bestimmten Quelltrajektorie emittiert wird. Mit Hilfe dieser Messungen erhalten wir Kurvenintegrale

$$g(\ell) = \int_{\ell} \langle \mathbf{f}(x), \omega_{\ell} \rangle d\sigma(x)$$

des gesuchten Vektorfeldes  $\mathbf{f}(x)$  entlang der Kurven  $\ell$ , der die emittierten Ultraschall - Signale folgen. Hierbei bezeichnet  $\omega_{\ell}$  den Tangentialvektor der Kurve  $\ell$ . Man kann leicht zeigen, dass aus diesen Daten nur der divergenzfreie Anteil des Feldes  $\mathbf{f}$  rekonstruiert werden kann und eine vollständige Berechnung des Geschwindigkeitsfeldes nur unter Berücksichtigung zusätzlicher Informationen möglich ist. Die unterschiedlichen mathematischen Modelle für die Vektortomographie unterscheiden sich durch die verwendete Messgeometrie voneinander (parallele Geometrie oder Kegelstrahlgeometrie) sowie durch die Natur der Kurven  $\ell$ . Um auch der Beugung von Ultraschallsignalen Rechnung zu tragen, betrachten wir in neuester Zeit als Ausbreitungskurven nicht nur Geraden sondern auch gekrümmte Kurven, die den Geodäten bezüglich der vom Brechungsindex induzierten Metrik entsprechen.

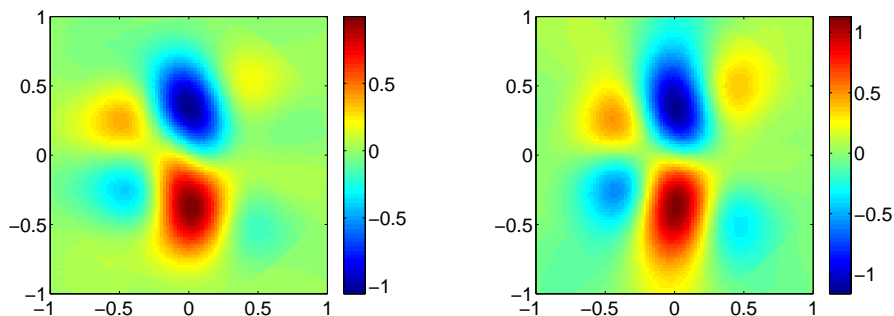


Abbildung 1: Rekonstruktion von  $\nabla \times \mathbf{f}$  entlang von Geraden (links) und entlang von Geodäten einer Sattelfläche (rechts).

Im Vortrag führen wir die verschiedenen mathematischen Modelle der Vektortomographie und zugehörige effiziente Lösungsverfahren vor. Durch Anwendung der Methode der approximativen Inversen gelang es uns in den letzten 15 Jahren effiziente und stabile Lösungsverfahren vom Typ der gefilterten Rückprojektion für die 2D und 3D Vektortomographie zu entwickeln, die Verfahren zu implementieren und asymptotische Konvergenzraten zu beweisen. Wir zeigen auch neueste Ergebnisse, die die Beugung der Ultraschallsignale berücksichtigen.