

## Praktikum:

**Einführung in die Programmierung zur Numerik mit C++**

Mittwoch, 01.04.2009

**Aufgabe 1 (CG-Verfahren für quadratische Optimierungsprobleme)**

Implementieren Sie das konjugierte-Gradienten-Verfahren für quadratische Optimierungsprobleme. Testen Sie ihr Programm: Suchen Sie

$$\min_{x \in \mathbf{R}^n} f(x) = \frac{1}{2} x^T A x - b^T x,$$

$$\text{mit } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \\ -3 & 4 & 9 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Nehmen Sie  $x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  als Startvektor.

Hinweis: Im Minimum  $x$  gilt  $\nabla f(x) = 0$ .

Zur Implementation des CG-Verfahrens:

1. Wähle Startvektor  $x^0 \in \mathbf{R}^n$ . Berechne  $\nabla f(x^0) = Ax^0 - b$ . Setze  $r^0 = -\nabla f(x^0)$ ,  $k := 0$ .
2. Falls  $\nabla f(x^k) = 0$ : stopp.
3. Berechne  $\alpha_k = -\frac{\nabla f(x^k)^T r^k}{(r^k)^T A r^k}$ ,  $x^{k+1} = x^k + \alpha_k r^k$ ,  $\nabla f(x^{k+1}) = \nabla f(x^k) + \alpha_k A r^k$ ,  
 $\beta_k = \frac{\|\nabla f(x^{k+1})\|^2}{\|\nabla f(x^k)\|^2}$ ,  $r^{k+1} = -\nabla f(x^{k+1}) + \beta_k r^k$ .
4. Setze  $k = k + 1$  und gehe zu 2.