

---

Aufgaben zum Praktikum

**Numerik Partieller Differentialgleichungen I**

WS 2008/2009 — Blatt 5

---

**Abgabe:** 17.12.2008 per Email

Für die folgenden Aufgaben sei verwiesen auf die Online-Dokumentation von Dune-FEM unter <http://www.mathematik.uni-freiburg.de/IAM/Research/projectskr/dune/>. Als Gitter soll der Einheitswürfel verwendet werden, der mit einem `ALUSimplexGrid` diskretisiert ist, und durch das Makrogitter `cube.dgf` beschrieben wird. Es soll jeweils ein `LeafGridPart` verwendet werden

**Aufgabe 1 (Dune-FEM Diskrete Funktionen )**

(a) Unstetige Funktionen:

- (i) Legen Sie eine diskrete Funktion mit Hilfe der Klasse `DiscontinuousGalerkinSpace` an, welche elementweise konstant ist. Dies erfordert vorheriges Anlegen eines Funktionenraumes, eines Gridparts und eines diskreten Funktionenraumes.
- (ii) Führen Sie eine DOF-Iteration ueber die diskrete Funktion durch und weisen Sie jedem Freiheitsgrad seine Nummer in der Aufzählung zu.
- (iii) Visualisieren Sie die resultierende diskrete Funktion in Grape mit Hilfe der `GrapeDataDisplay` Klasse.
- (iv) Werten Sie die diskrete Funktion lokal in einem Element aus (Hinweis: `localFunction(ElementType& e1)` in der diskreten Funktion erlaubt Zugriff auf die lokalen Freiheitsgrade und lokale Auswertungen). Vergleichen Sie den erhaltenen Funktionswert mit dem zugehörigen DOF-Wert und erläutern Sie die Beobachtung.

(b) Stetige Funktionen:

- (i) Legen Sie eine stetige elementweise lineare diskrete Funktion mit Hilfe der Klasse `LagrangeDiscreteFunctionSpace` an.
- (ii) Die analytische Funktion  $f_3$  aus Aufgabe 2 soll in dem diskreten Funktionenraum interpoliert werden. Führen Sie diese Interpolation durch, indem Sie in einem Gitterdurchlauf über die Elemente jeweils die lokalen Freiheitsgrade durch Auswertung der Funktion  $f$  bestimmen. Die lokalen Koordinaten der Lagrangepunkte sind über den `LagrangePointSet` in dem diskreten Funktionenraum verfügbar.

- (iii) Visualisieren Sie die Funktion in Grape.
- (iv) Werten Sie die diskrete Funktion lokal in einem Lagrangeknoten aus, vergleichen Sie den Funktionswert mit dem zugehörigen DOF-Wert und erläutern Sie die Beobachtung.

**Aufgabe 2 (Dune-FEM Quadraturen)**

Gegeben sind folgende Funktionen für  $x = (x_1, x_2, x_3)^T \in \Omega := [0, 1]^3$ :

$$f_1(x) = 1 \quad f_2(x) = x_1^5 x_2^3 + x_3^8 \quad f_3(x) = x_1(1 - x_1)(1 - x_2) \cos(\pi x_3).$$

- (a) Schreiben Sie ein Programm, welches  $\int_{\Omega} f_i$  für  $i = 1, 2, 3$  mittels numerischer Quadratur über dem Gitter approximiert. Die Ordnung der Quadraturen soll von 1 bis 5 gewählt werden, die Ergebnisse in einer Tabelle gesammelt und interpretiert werden.
- (b) Wiederholen Sie Teil a) zur Berechnung von  $\int_{\partial\Omega} f_i$  für  $i = 1, 2, 3$ .