
Aufgaben zum Praktikum
Numerik Partieller Differentialgleichungen I
WS 2008/2009 — Blatt 3

Abgabe: 12.11.2008 per Email

Aufgabe 1 (Finite Differenzen Verfahren: Experimente)

Mit Hilfe Ihrer Implementation des Finite Differenzen Verfahrens sollen einige experimentelle Einsichten gewonnen werden.

- a) Bestimmen Sie für den Engquist-Osher-Fluss und gegebenem $N = 100$ empirisch ein K so dass das Verfahren eine plausible Lösung produziert. Erfüllen die zugehörigen Δx und Δt die CFL Bedingung? Wie äußert sich ein Verletzen der CFL-Bedingung, d.h. zu große Zeitschrittweite in der Lösung?
- b) Visualisieren Sie eine numerische Lösung zu Zeiten $t = 0, t = 1, t = 2$ und $t = 4$ und beschreiben Sie qualitativ die Bewegung des Maximums.
- c) Visualisieren Sie unter Verwendung des Lax-Friedrichs-Flusses die Lösung zum Endzeitpunkt für Gitter verschiedener Feinheit und beschreiben Sie die qualitative Änderung.
- d) Vergleichen Sie die Lösungen zum Endzeitpunkt unter Verwendung des Lax-Friedrichs-Flusses und des Engquist-Osher-Flusses.
- e) Führen Sie Laufzeitmessungen durch, um den Effekt der verschiedenen Optimierungslevel (-O1 bis -O3) bei Verwendung des CRTP gegenüber virtuellen Funktionen zu untersuchen.
- f) Eine diskrete $L^1(\Omega)$ -Norm für Gitterfunktionen $v_h \in V_h$ kann definiert werden durch $\|v_h\|_h := \sum_{n=1}^N \Delta x_n |v_n|$. Erstellen Sie eine Tabelle der Fehler von numerischer zu Exakter Lösung $e_h := \|u_h^K - P_h(u(\cdot, T))\|_h$ für Gitter mit zunehmender Verfeinerung, d.h. Halbierung der Δx_n . Ermitteln Sie als weitere Spalte in der Tabelle den *experimental order of convergence (EOC)* zwischen jeweils zwei aufeinanderfolgenden Verfeinerungsstufen. Seien u_h^K und $u_{h'}^{K'}$ die Lösungen für gegebenes und verfeinertes Gitter. Damit ist der EOC definiert als

$$EOC := \frac{\log(e_h/e_{h'})}{\log 2}.$$