
Aufgaben zum Praktikum
Numerik Partieller Differentialgleichungen I
WS 2008/2009 — Blatt 2

Abgabe: 5.11.2007 per Email

Aufgabe 1 (Finite Differenzen Verfahren: Implementation)

Erstellen Sie basierend auf dem Klassenkonzept von Blatt 1 entsprechende Implementationen der Klassen in einer Datei `finite_difference.hh` und ein entsprechendes Hauptprogramm in `finite_difference.cc`. Die folgenden Spezifikationen konkretisieren weitere Anforderungen an die Programmteile:

- Das Hauptprogramm soll die Intervallgrenzen a und b , die Anzahl der Punkte N , die Endzeit T , Anzahl der Zeitintervalle K und einen Ausgabe-Dateinamen als Kommandozeilen-Argumente übergeben bekommen, die Simulation durchführen und die Lösung zur Endzeit in eine Datei ausgeben, die man dann z.B. mit `gnuplot` visualisieren kann.
- Als Modellgleichungen sollen die folgenden implementiert werden:

$$f(u) = \frac{1}{2}u^2 \quad (1)$$

$$u_0(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} & \text{für } x \in [1, 3] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2)$$

$$u_{dir}(x, t) = 0. \quad (3)$$

Zur Verifikation der Numerik lautet die exakte Lösung auf dem Gebiet $\Omega = [a, b] = [0, 5]$ mit Endzeit $T = 4$

$$u(x, t) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 1 \\ \frac{1}{t}(x-1) & \text{für } 1 \leq x < x_s(t) \\ \frac{1}{2-t}(x-3) & \text{für } x_s(t) \leq x < 3, t \in [0, 2) \\ 0 & \text{für } 3 \leq x, t \in [0, 2) \\ 0 & \text{für } x_s(t) \leq x, 2 \leq t \end{cases}$$

mit der Kurve

$$x_s(t) = \begin{cases} 1+t & \text{für } 0 \leq t < 2 \\ 1+\sqrt{2t} & \text{für } 2 \leq t. \end{cases}$$

- Erstellen Sie für das Gitter eine Implementation eines äquidistanten Gitters.

- Erstellen Sie für den numerischen Fluss sowohl eine Implementation des Lax-Friedrichs-Flusses als auch des Engquist-Osher Flusses (einfache Version für f' ohne Vorzeichenwechsel). Leiten Sie hierzu diese beiden Implementations-Klassen von einer abstrakten Schnittstellen-Klasse **NumericalFlux** ab.

Bei der Programmierung der Komponenten soll insbesondere Wert auf Dokumentation zu den Klassen und Methoden gelegt werden. Fügen Sie hierzu entsprechende C++-Kommentarzeilen mit Erläuterungen ein.

Aufgabe 2 (Finite Differenzen Verfahren: Templates)

Erstellen Sie eine zweite Version der Dateien, welche Template Techniken verwendet. Insbesondere sollen die Klassen in ihrer Deklaration nicht explizit andere global definierte Klassen verwenden, sondern diese Klassen als Template-Parameter bekommen. Weiter sollen virtuelle Funktionen durch das *Curiously Recurring Template Pattern* ersetzt werden.